

**Master Ingénierie Système en  
EEAPR Spécialité R2  
« Productique et Réseaux »**

**UE Ossature R2-1**

**« Evaluation des  
Systèmes à Evénements Discrets »**

UNIVERSITÉ HENRI POINCARÉ  
NANCY 1

inpl  
Nancy

CNS  
CACHAN

LURPA

UNIVERSITÉ  
PARIS-SUD 11

La spirale, 1989 - Germain Lechner

### **Les Laboratoires impliqués dans cette spécialité**

- **GREEN** (Groupe de recherche en électrotechnique et électronique de Nancy)
- **LIEN** (Laboratoire d'instrumentation électronique de Nancy)
- **LORIA** (Laboratoire Lorrain de Recherche en informatique et ses applications)
- **CRAN** (Centre de Recherche en Automatique de Nancy)  
Equipe «Systèmes de production ambiants» (SYMPA)  
Equipe «Sûreté de fonctionnement et diagnostic» (SURFDIAG)
- **LURPA** (Laboratoire Universitaire de Recherche en Production Automatisée)  
Equipe « Ingénierie des systèmes automatisés (ISA)

Laboratoire **U**niversitaire de **R**echerche en **P**roduction **A**utomatisée  
**Un laboratoire de Productique**

**Deux objets de recherche :**

• **Les produits mécaniques**

Objectif : Maîtrise de leur qualité géométrique

Equipe « Géométrie tridimensionnelle des pièces et des mécanismes »  
(Géo3D)

Thèmes : - Dimensionnement et tolérancement géométrique  
(pièces et assemblages)  
- Qualité géométrique des pièces usinées  
- Mesure et contrôle par coordonnées

• **Les systèmes de production**

Objectif : Sûreté de fonctionnement de leur système de commande

Equipe « Ingénierie des Systèmes Automatisés » (ISA)

Thèmes : - Modélisation et analyse des systèmes de commande  
en réseau  
- Vérification formelle des contrôleurs logiques  
- Synthèse de contrôleurs



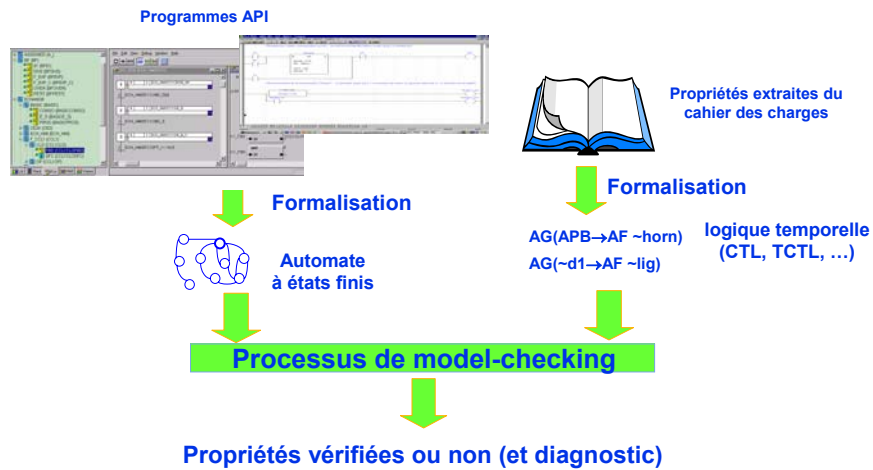
**Caractéristiques essentielle des recherches conduites  
dans l'équipe ISA**

Contribuer à la sûreté de fonctionnement des Systèmes à Événements Discrets par une recherche technologique s'appuyant sur les modèles et théories de la Commande des SED, c'est-à-dire prenant en compte des difficultés scientifiques inhérents aux besoins industriels

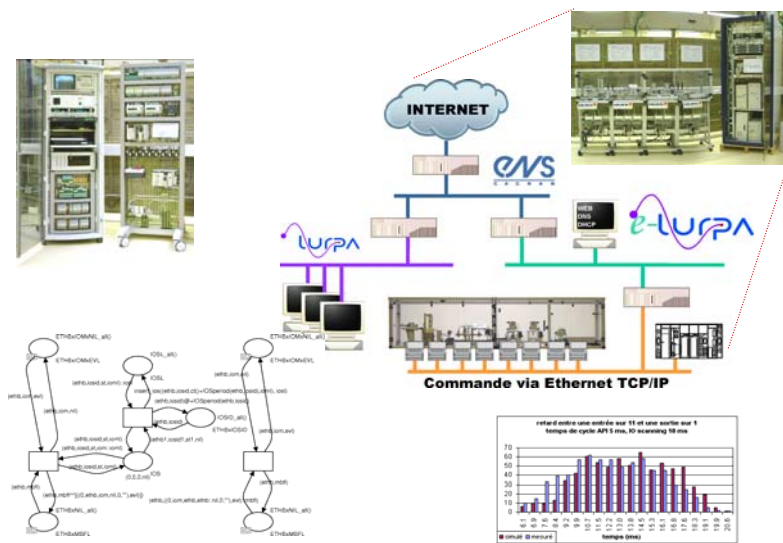
- taille des modèles
- utilisation de langages « métiers », souvent non formels, pour la conception et l'implantation des systèmes de commande
- implantation sur composants d'automatisation (Automates programmables Industriels (API), contrôleurs temps réel, ...) distribués sur réseaux de communication multiples
- ...

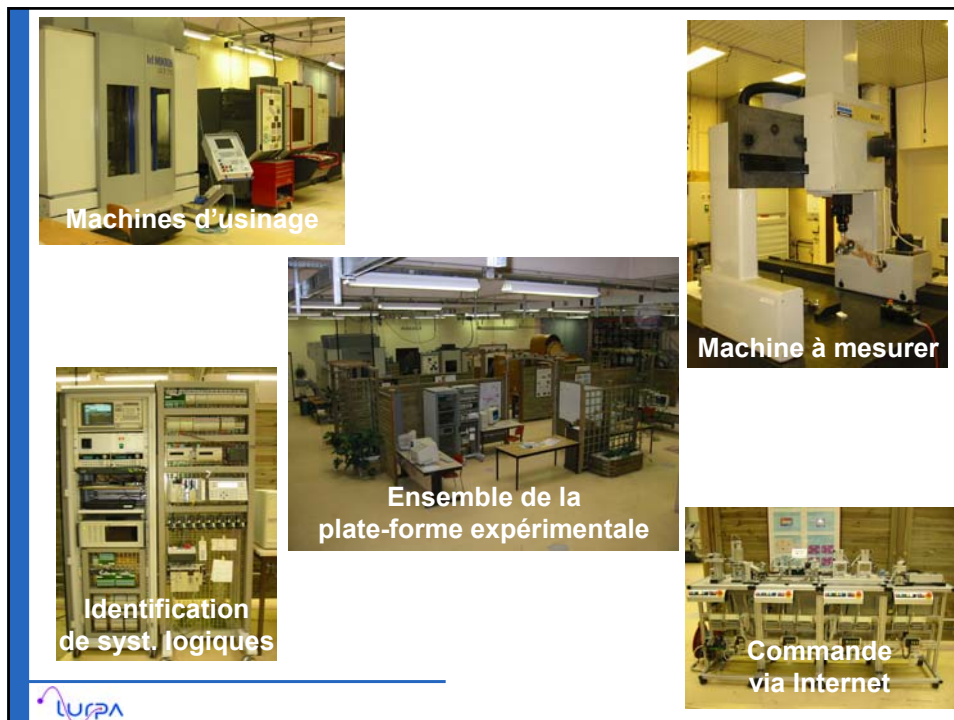


## Exemple 1 : Vérification formelle des programmes d'API



## Exemple 2 : Evaluation des performances temporelles d'architectures de commande via Internet





## Contribution de ISA au M2R2

- **Evaluation des SED (R2-1)**

Jean-Jacques Lesage ([lesage@lurpa.ens-cachan.fr](mailto:lesage@lurpa.ens-cachan.fr))

- **Systèmes discrets sûrs de fonctionnement (R2-9)**

Jean-Marc Faure ([faure@lurpa.ens-cachan.fr](mailto:faure@lurpa.ens-cachan.fr))

En collaboration avec :

Bruno Denis

Olivier De Smet

Jean-Marc Roussel ([roussel@lurpa.ens-cachan.fr](mailto:roussel@lurpa.ens-cachan.fr))

....



L'aspirateur, 1949 - Germaine de Staël

**Master Ingénierie Système en  
EEAPR Spécialité R2  
« Productique et Réseaux »**

**UE Ossature R2-1**

**Partie 1 :**

**« Base des SED  
Langages et Automates »**

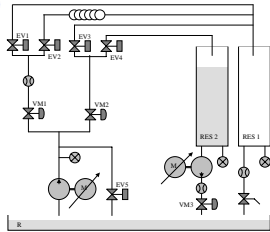




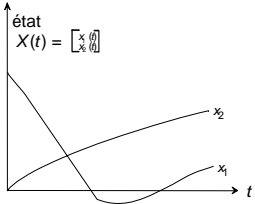


## Notion d'espace d'état

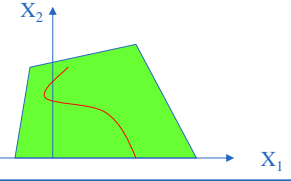
Soit un système *continu* dont l'état est caractérisé à chaque instant par deux *variables à évolution continue dans le temps* (par exemple  $X_1$  est une température et  $X_2$  un débit)




état  
 $X(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$



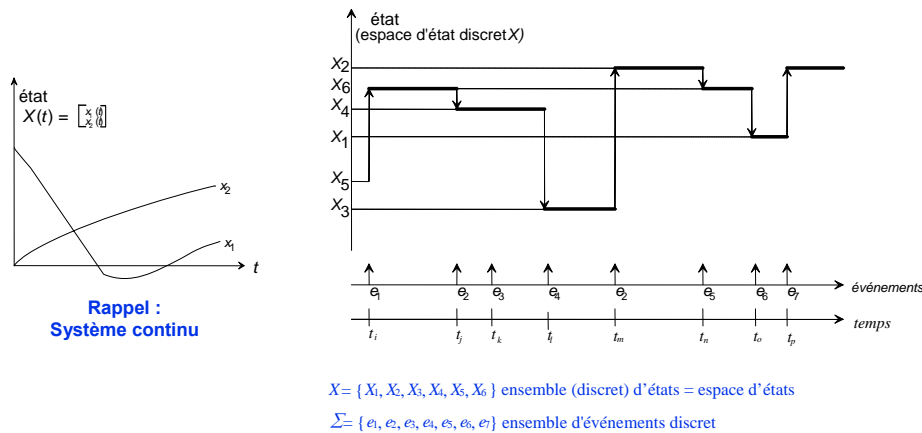
L'espace d'états de ce système est le continuum formé de l'ensemble des valeurs de  $X_1$  et  $X_2$ . Une *trajectoire* d'état possible de ce système en fonctionnement dans l'espace d'états est donnée ci-dessus





## Les SED (1)

Un Système à Evénements Discrets est un système à *espace d'état discret* dont les transitions entre états sont associées à l'occurrence d'événements discrets *asynchrones*.



## Les SED (2)

### Système

ensemble de composants en interaction accomplissant conjointement une fonction particulière en respectant un ensemble de contraintes

« a combination of components that act together to perform a function not possible with any of the individual parts » (IEEE standard dictionary of Electrical and Electronic terms) (conseil : pour ce type de définitions consulter <http://www.lfac-control.org> ou <http://www.ieee.org>)

### Événement

changement de valeur d'une variable survenant à une date donnée. Pour distinguer  $n$  changements de valeur identiques de la même variable, on appelle *occurrence de l'événement* la variation de cette variable à une date  $d_j$

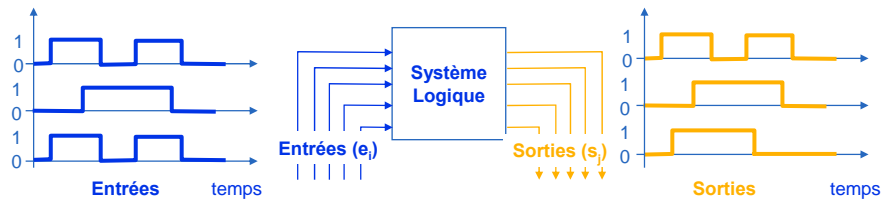
### Asynchrone

non cadencé par une horloge



## Les Systèmes Logiques

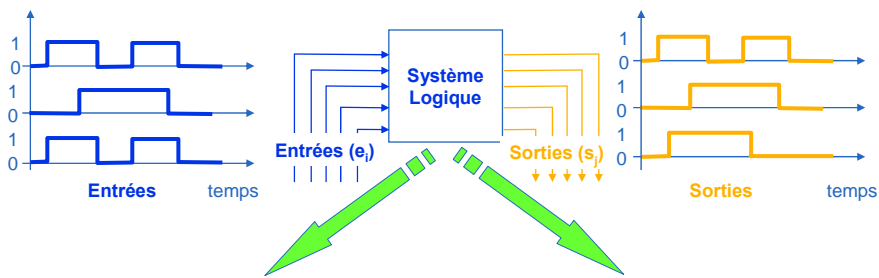
Un Système logique est une sous-classe de SED dont les *entrées et sorties* sont toutes des variables *binaires* (deux états).



La tâche de l'automaticien est de déterminer la *Loi de Commande* qui traduit le comportement attendu du SED (élaboration des évolutions des s<sub>j</sub>, causales des évolutions des e<sub>i</sub>).



## Comportement des SL : Combinatoire / Séquentiel



Systèmes logiques *combinatoires*

$$\begin{cases} s_1(t) = f_1(e_1(t), \dots, e_n(t)) \\ \vdots \\ s_p(t) = f_p(e_1(t), \dots, e_n(t)) \end{cases}$$

Vrai à chaque instant, donc on peut omettre le temps dans les équations

Systèmes logiques *séquentiels*

$$\begin{cases} s_1(t) = f_1(e_1(t), \dots, e_n(t), Q(t-1)) \\ \vdots \\ s_p(t) = f_p(e_1(t), \dots, e_n(t), Q(t-1)) \end{cases}$$

Q(t) est l'*état* du SED



## Les SL combinatoire

$$\begin{cases} s_1 = f_1(e_1, \dots, e_n) \\ \vdots \\ s_p = f_p(e_1, \dots, e_n) \end{cases}$$

$\begin{cases} \forall_i, s_i \in \{0,1\} \\ \forall_j, e_j \in \{0,1\} \end{cases}$  L'algèbre de Boole est la base mathématique de modélisation des systèmes combinatoires

Les  $f_i$  sont des fonctions combinant les  $e_j$  grâce aux opérateurs ET, OU et NON de l'algèbre de Boole.

Outils :

- tables de vérité
- tableaux de karnaugh
- rares méthodes de synthèse



## Les SL séquentiels (1)

$$\begin{cases} s_1(t) = g_1(e_1(t), \dots, e_n(t), Q(t-1)) \\ \vdots \\ s_p(t) = g_p(e_1(t), \dots, e_n(t), Q(t-1)) \end{cases} \quad \text{Pb : caractériser et modéliser } g_i$$

$\begin{cases} \forall_i, \forall t, s_i(t) \in \{0,1\} \\ \forall_j, \forall t, e_j(t) \in \{0,1\} \end{cases}$   $Q(t)$  est à chaque instant l'état du système

Ce système peut se mettre sous la forme :

$$\begin{cases} Q(t) = \varphi(e_1(t), \dots, e_n(t), Q(t-1)) \\ s_1(t) = f_1(e_1(t), \dots, e_n(t), Q(t)) \\ \vdots \\ s_p(t) = f_p(e_1(t), \dots, e_n(t), Q(t)) \end{cases} \quad \text{Pb : caractériser et modéliser } \varphi \text{ et } f_i$$





## Les SL séquentiels (2)

$$\begin{cases} Q(t) = \varphi(e_1(t), \dots, e_n(t), Q(t-1)) \\ s_1(t) = f_1(e_1(t), \dots, e_n(t), Q(t)) \\ \vdots \\ s_p(t) = f_p(e_1(t), \dots, e_n(t), Q(t)) \end{cases}$$

Outils pour exprimer  $\varphi$  :

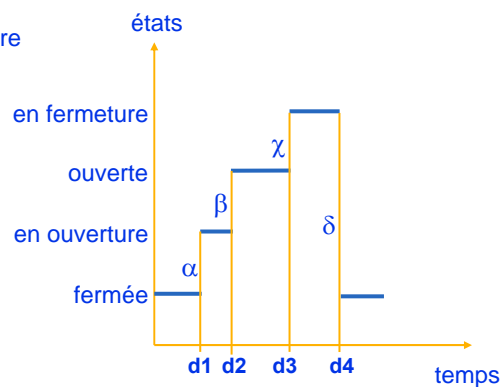
- équations récurrentes, possibles dans des cas particuliers seulement
- modèles à états finis



## Un exemple basique (1)

Soit le système "vanne" qui peut être décrit par 4 états : "fermée", "en ouverture", "ouverte" et "en fermeture". Une évolution possible de ce SED (ou trajectoire d'états) est représentée par le chronogramme ci contre.

$\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\chi$ , et  $\delta$  sont les quatre événements qui permettent l'évolution de ce SED dans son espace de quatre états possibles.



- $\alpha$  : événement « début d'ouverture »
- $\beta$  : événement « fin d'ouverture »
- $\chi$  : événement « début de fermeture »
- $\delta$  : événement « fin de fermeture »



## Un exemple basique (2)

$\alpha$  est l'événement qui modélise la transition entre l'état « fermée » et l'état « en ouverture ».

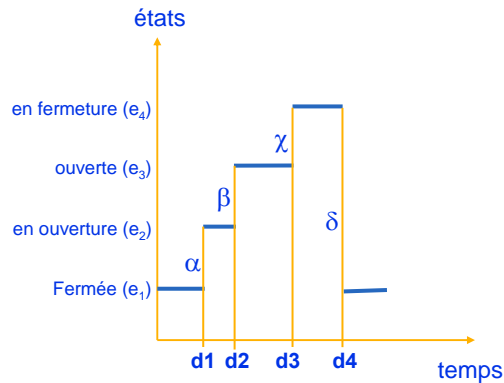
On peut donner deux représentations du comportement de la vanne à partir de son état initial supposé être « fermée » (on parlera également de *trajectoire* du système « vanne ») :

un **modèle logique** donné basiquement par la séquence d'événements

$\{e_1, \alpha \rightarrow e_2, \beta \rightarrow e_3, \chi \rightarrow e_4, \delta \rightarrow e_2\}$

un **modèle temporel** donné par la suite ordonnée des couples

$\{e_1, (\alpha, d1) \rightarrow e_2, \dots \rightarrow e_2\}$



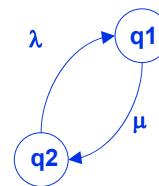
Dans les deux cas, le comportement modélisé est **déterministe**, c'est-à-dire que l'état successeur d'un couple (état, événement) est unique.



## Un exemple basique (3)

Tous les états retenus précédemment sont des états de « bon fonctionnement ».

Si on s'intéresse maintenant à la représentation de la capacité de la vanne à accomplir sa fonction, on retient un modèle *stochastique*.



q2 : état de bon fonctionnement

q1 : état de panne

$\lambda$  : taux (probabilité) de panne

$\mu$  : taux (probabilité) de remise en marche

En résumé :

La modélisation du comportement des SED nécessite d'utiliser des modèles :

- Logiques (déterministes ou non)
- Temporisés
- Stochastiques



## Bases de la théorie des langages et des automates (1)

### Rappel : notion de modèle

- approximation, vue partielle plus ou moins abstraite de la réalité afin d'appréhender un système plus simplement. Un modèle est établi selon un point de vue donné pour un objectif donné. Donc, un modèle est partiel et subjectif.

### Alphabet

- ensemble fini de symboles. Dans le cas d'un SED, un alphabet pourra par exemple représenter l'ensemble des événements d'entrée possibles d'un système. On note par exemple  $\Sigma = \{a,b\}$

### Chaîne ou Mot ou Séquence

- défini sur un alphabet  $\Sigma$  c'est une suite finie d'éléments de  $\Sigma$ . Par exemple abba est un mot défini sur  $\Sigma$ .



## Bases de la théorie des langages et des automates (2)

- la longueur d'un mot, notée  $l(\text{mot})$ , représente le nombre de symboles de ce mot (par exemple,  $l(\text{abba}) = 4$ )
- soit un alphabet  $\Sigma$ . On note  $\Sigma^n$  (où  $n$  est un entier naturel) l'ensemble des mots de longueur  $n$ .  
Par exemple, sur  $\Sigma = \{a,b\}$  :  $\Sigma^0 = \{\epsilon\}$  où  $\epsilon$  est le mot vide de symbole  
 $\Sigma^1 = \{a,b\}$ ,  $\Sigma^2 = \{aa,bb,ab,ba\}$
- $\Sigma^*$  est l'ensemble de tous les mots que l'on peut construire sur  $\Sigma$ .  
$$\Sigma^* = \bigcup_{i \geq 0} \Sigma^i$$
- dans notre exemple,  $\Sigma^* = \{\epsilon, a, b, aa, bb, ab, ba, aaa, aab, abb, \dots\}$

### Langage

- un langage défini sur un alphabet  $\Sigma$  est un sous ensemble de  $\Sigma^*$ . Par exemple, l'ensemble des séquences telles que  $a$  apparaît en premier et telles que  $a$  et  $b$  apparaissent alternativement est décrit par le langage  
 $L = \{\epsilon, a, ab, aba, abab, ababa, \dots\}$ . C'est un langage infini.



## Bases de la théorie des langages et des automates (3)

- plusieurs opérations ensemblistes sont définies sur les langages :  
L'union de  $L_1$  et  $L_2$  est notée  $L_1 \cup L_2 = \{w \mid w \in L_1 \text{ ou } w \in L_2\}$   
L'intersection de  $L_1$  et  $L_2$  est notée  $L_1 \cap L_2 = \{w \mid w \in L_1 \text{ et } w \in L_2\}$   
La concaténation de  $L_1$  et  $L_2$  est notée  $L_1 \cdot L_2 = \{w \mid w = xy, x \in L_1 \text{ et } y \in L_2\}$

### Automate

- un automate est une machine à états qui permet de traduire la relation causale entrées/sorties d'un SED en utilisant les bases de la théorie des langages.

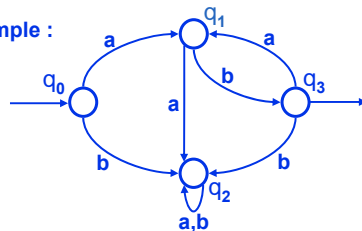


## Bases de la théorie des langages et des automates (4)

### Automate

- un automate est un quintuplet :  $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  où :  
 $Q$  est l'ensemble des états  
 $\Sigma$  est un alphabet d'entrée  
 $\delta$  est la fonction de transition d'états définie de  $Q \times \Sigma \rightarrow Q$  qui associe un état de départ et un symbole d'entrée à un état d'arrivée  
 $q_0$  est l'état initial  
 $F$  est l'ensemble des états finaux ( $F \subset Q$ )

Exemple :



$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$   
 $\Sigma = \{a, b\}$   
 $F = \{q_3\}$   
 $\delta$  est représentée par les arcs associés à des symboles de l'alphabet  
 $\delta(q_0, a) = q_1$   
.....



## Bases de la théorie des langages et des automates (5)

### Déterminisme

- cet automate est dit *déterministe* dans le sens où depuis tout état, il n'existe pas deux transitions qui soient associées à un même symbole qui conduiraient à des états différents. Un automate déterministe ne doit donc posséder qu'un seul état initial et ne se trouve à tout instant que dans un seul état

### Complétude

- un automate est dit complet lorsque  $\forall q \in Q, \forall \sigma \in \Sigma, \exists q' \xrightarrow{\sigma} q'$

### Langage accepté par un automate

- la séquence ab est reconnue (ou acceptée) par l'automate précédent ( $\exists$  trajectoire d'états depuis l'entrée vers la sortie). La séquence aba ne l'est pas.
- L'ensemble des séquences acceptées par un automate est le langage accepté.



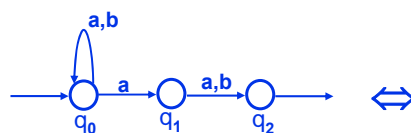
## Bases de la théorie des langages et des automates (6)

### Propriété

- on peut transformer tout automate *indéterministe* en automate *déterministe* équivalent (qui reconnaît le même langage). La contre-partie est l'augmentation du nombre d'états.

Automate non déterministe

Automate déterministe équivalent

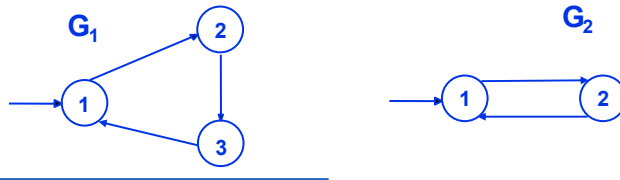


## Modélisation modulaire et comportement global : Compositions d'automates

Soient deux automates  $G_1$  et  $G_2$  acceptant respectivement les langages  $L_1$  et  $L_2$  définis sur les alphabets d'entrée  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$ .  
Le comportement du système décrit par  $\{G_1, G_2\}$  est donné par la composition des deux automates. Différentes compositions existent :

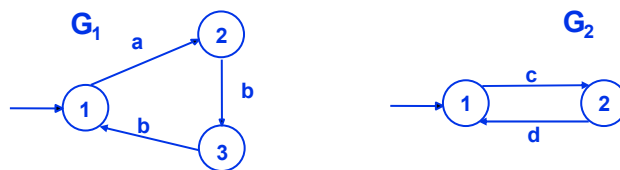
- la composition *asynchrone* lorsque les deux alphabets sont disjoints,
- la composition *synchrone totale* lorsque les deux alphabets sont identiques,
- la composition *synchrone de symboles communs* lorsque l'intersection des deux alphabets est non nulle.

Soient  $G_1$  et  $G_2$  donnés par les structures :



LURPA

## Modélisation modulaire et comportement global : Compositions d'automates

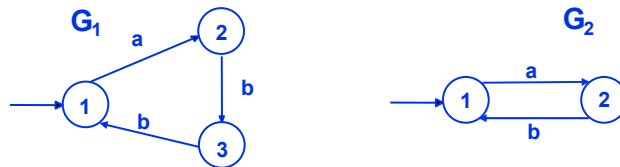


$$\Sigma_1 \cap \Sigma_2 = \emptyset$$

On utilise une **composition asynchrone**

LURPA

## Modélisation modulaire et comportement global : Compositions d'automates

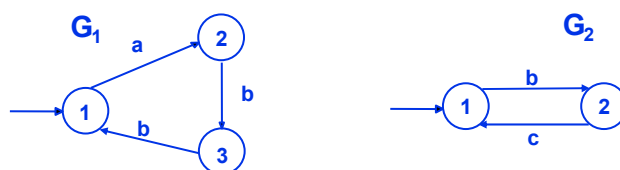


$$\Sigma_1 = \Sigma_2$$

On utilise une **composition synchrone totale**



## Modélisation modulaire et comportement global : Compositions d'automates



$$\Sigma_1 \cap \Sigma_2 \neq \emptyset \text{ et } \Sigma_1 \neq \Sigma_2$$

On utilise une composition **synchrone de symboles communs**



## Bases de la théorie des langages et des automates (7)

### Machine de Moore

- c'est un automate déterministe dans lequel une sortie peut prendre des valeurs (associées aux états) dans un ensemble fini de grandeurs discrètes. La sortie est émise à la fin de la séquence d'entrée.



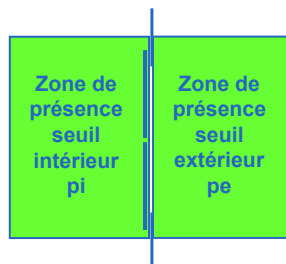
- une machine de Moore est un 6-uplet  $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, \Gamma, \lambda)$  où :  
 $Q, \Sigma, \delta, q_0$  ont la même signification que pour un automate fini déterministe  
 $\Gamma$  est un alphabet fini de sortie  
 $\lambda$  est la fonction d'affectation de sortie  $\lambda : Q \rightarrow \Gamma$



## Modélisation de SED à l'aide d'automates (1)

### Exemple 1 : ouverture automatique d'une porte

- on considère une porte coulissante (type grand magasin) dont on désire commander l'ouverture et la fermeture en fonction de deux informations détectant la présence de personnes au seuil intérieur ou extérieur de la porte (détectée par des capteurs optiques ou des tapis sensitifs).



On considérera donc deux sorties à commander : OUV et FER en fonction d'occurrences d'événements sur deux entrées : pe et pi.  
La porte est supposée être initialement fermée

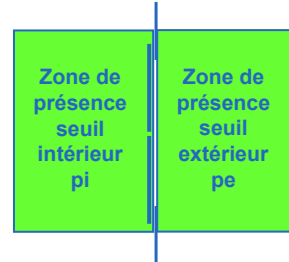




## Modélisation de SED à l'aide d'automates (2)

### Exemple 1 : ouverture automatique d'une porte

- séquences d'entrée possibles  
une personne seule sort :  $\uparrow pi \downarrow pi \uparrow pe \downarrow pe$   
une personne seule entre :  $\uparrow pe \downarrow pe \uparrow pi \downarrow pi$   
remarque : à la sortie,  $\downarrow pi \uparrow pe$  peuvent être simultanés. Dans tous les cas, l'ouverture doit se faire sur occurrence de  $\uparrow pi$  et la fermeture sur occurrence de  $\downarrow pe$ . Cette séquence peut se réduire à  $\uparrow pi \downarrow pe$  (idem pour l'entrée :  $\uparrow pe \downarrow pi$ )
- conditions de sécurité :  
si une personne est entrée ( $\uparrow pe$ ), la fermeture ne devra se faire que si :  $\downarrow pi ./pe./pi$  (soit  $\downarrow pi ./pe$ )  
dans le cas d'une sortie, la fermeture doit se faire ssi  $\downarrow pe./pi$



## Modélisation de SED à l'aide d'automates (3)

### Exemple 1 : ouverture automatique d'une porte

- $\downarrow pi ./pe + \downarrow pe ./pi$  est une *expression régulière* dont les opérands sont des symboles d'un alphabet ( $\Sigma = \{\downarrow pi, ./pe, \downarrow pe, ./pi\}$ ).

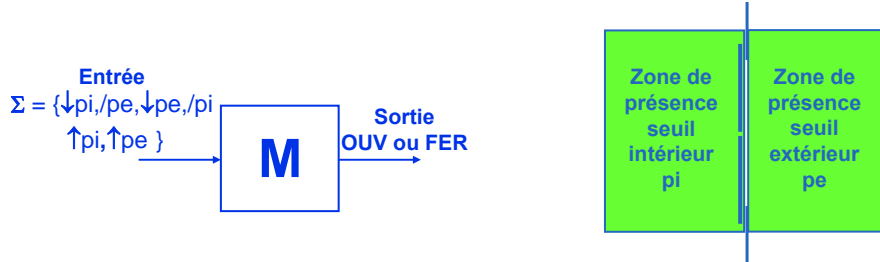
Si chaque symbole est considéré comme un langage sur  $\Sigma$  ( $L_1 = \{\downarrow pi\}$ ,  $L_2 = \{\downarrow pe\}$ , ...) les opérateurs  $+$ ,  $.$  sont interprétés comme les opérateurs d'union et de concaténation sur des langages de  $\Sigma$ . Une expression régulière définit donc un langage sur  $\Sigma$ .

- Par soucis de simplification, on notera les expressions régulières sous leur forme « fonctionnelle » avec opérands et opérateurs.



## Modélisation de SED à l'aide d'automates (4)

### Exemple 1 : ouverture automatique d'une porte



LURPA

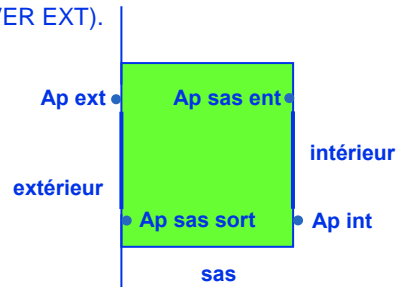
## Modélisation de SED à l'aide d'automates (5)

### Exemple 2 : sas de sécurité d'une banque

- On considère un sas de sécurité de banque dont on veut gérer le verrouillage et le déverrouillage des portes intérieures et extérieures (VER INT, VER EXT, DEVER INT et DEVER EXT).  
La manœuvre des portes est manuelle.

- Les clients demandent le déverrouillage des portes par des boutons poussoirs ( $A_p$  int,  $A_p$  ext, ...)

- Deux capteurs de fermeture de porte (int fer, ext fer) permettent le verrouillage.



LURPA

## Modélisation de SED à l'aide d'automates (6)

### Exemple 2 : sas de sécurité d'une banque

- pb : trouver les états pertinents pour la commande
- hypothèses : pas d'état sans sortie affectée  
pas deux états affectant les mêmes sorties  
les états recherchés sont donc tous pertinents par rapport aux sorties
- on envisage la combinatoire des sorties et on cherche les états pertinents

DEVER INT.DEVER EXT

	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

VER INT.VER EXT



## Modélisation de SED à l'aide d'automates (7)

DEVER INT.DEVER EXT

	00	01	11	10
00				
01				X
11	X			
10		X		

VER INT.VER EXT



### Exemple 3 : application à la vérification de propriété (1)

Définition normalisée du bloc fonctionnel « RS » (IEC 61131-3) :

No.	Graphical form	Function block body
2	<b>Bistable Function Block (reset dominant)</b>	
	<pre> +-----+     RS        S  O1   ---BOOL    R1     +-----+ </pre>	<pre> +-----+ R1-----O &amp;  ---O1 +-----+ S-----  &gt;=1  ---  O1-----     ---  +-----+ </pre>
The initial state of the output variable o1 shall be the normal default value of zero for Boolean variables.		

le comportement de ce SL est il *combinatoire* ou *séquentiel* ?



### Exemple : bloc fonctionnel « RS » (2)

No.	Graphical form	Function block body
2	<b>Bistable Function Block (reset dominant)</b>	
	<pre> +-----+     RS       S1 O1   ---BOOL    R1     +-----+ </pre>	<pre> +-----+ R1-----O &amp;  ---O1 +-----+ S1-----  &gt;=1  ---  O1-----     ---  +-----+ </pre>
The initial state of the output variable o1 shall be the normal default value of zero for Boolean variables.		

Table de vérité :

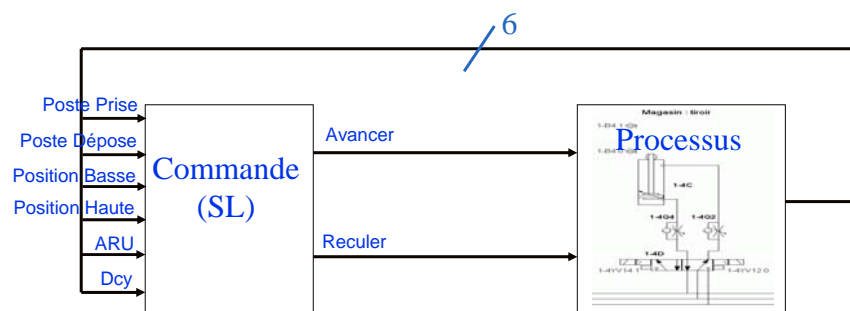


### Exemple : bloc fonctionnel « RS » (3)

$R_1$	$S_1$	$O_{1(t)}$
0	0	$O_{1(t-1)}$
0	1	1
1	1	0
1	0	0



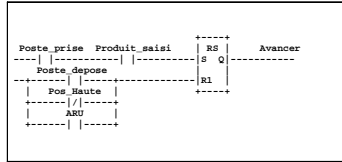
### Système : {composants en interaction} Modélisation modulaire (1)



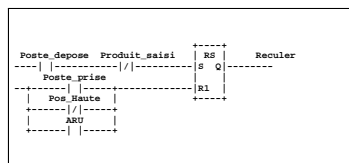
La complexité des systèmes réels impose d'utiliser des approches de modélisation modulaires



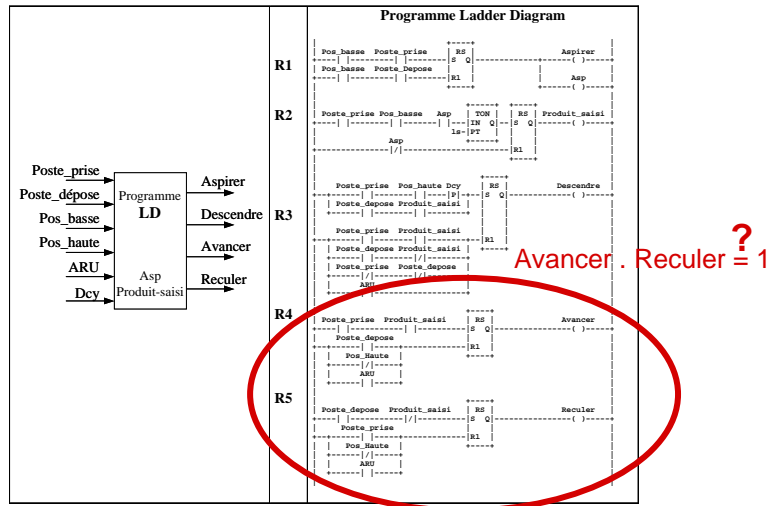
## Modélisation modulaire (2)



## Modélisation modulaire (3)



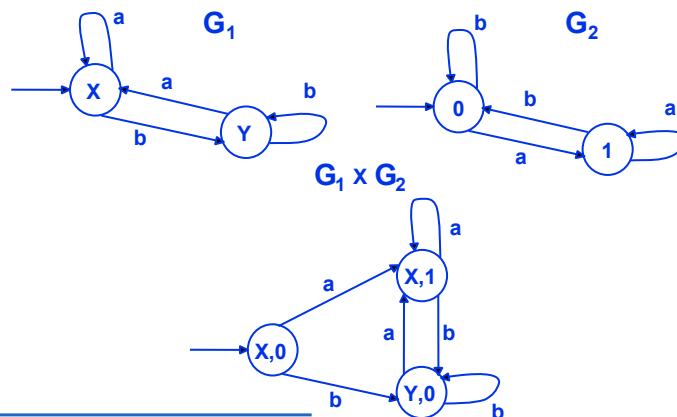
## Application à la validation de modèle de comportement ou de programme



LURPA

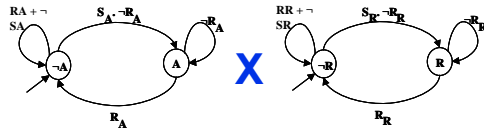
## Modélisation modulaire et comportement global

Le comportement de l'ensemble du système (de ses deux composants en parallèle) est obtenu par composition des deux comportements élémentaires



LURPA

## Modélisation modulaire (6)



LURPA

## Conclusion

### Notions fondamentales des SED

- Espace d'états discrets et transitions entre états sur occurrence d'événements
- La loi de commande à construire est l'ensemble des trajectoires d'états souhaitées dans l'espace d'états
- les théories de base des langages et des automates finis (machines de Moore) supportent les besoins de modélisation du comportement des SED et procurent une base rigoureuse

### Limites des automates à états finis

- Un état du système = un état de l'automate (approche monolithique)
- Modèle trop basique pour la modélisation des systèmes complexes
- Des états non souhaités dans le produit d'automates de composants

### Besoins

- Expression simple du parallélisme, de la coordination, de la concurrence, de l'alternative, ...
- Expression performante des fonct. de sortie  $S_i(t) = f_i(e_1(t), \dots, e_n(t), Q(t))$
- Expression du comptage du temps

LURPA