

**Influence de la méthode de mesure et d'optimisation sur
l'identification du modèle géométrique associé à des
surfaces réelles : localisation d'une sphère de référence**

P. Bourdet, C. Lartigue, F. Leveaux

Résumé:

L'étalonnage des palpeurs sur CMM dépend de la précision de la localisation du centre d'une sphère de référence. A l'ensemble de points représentatifs de la surface mesurée est associé un modèle théorique suivant un critère d'optimisation.

Le but de cet article est l'étude de l'incertitude de position du centre d'une sphère en tenant compte des différents facteurs d'imprécision apparaissant à chaque étape de cette identification : accessibilité de la surface et répartition des points de mesure, algorithmes d'optimisation, rapport entre les diamètres du palpeur et de la sphère de référence. Après avoir analysé les facteurs significatifs de l'incertitude, une méthodologie d'étalonnage est proposée, liant choix des points, algorithmes et nature des surfaces.

Mots clés : Machine à mesurer par coordonnées; Calibration des palpeurs; Incertitude

1 INTRODUCTION

Le contrôle des pièces mécaniques sur machines à mesurer par coordonnées (MMC) nécessite l'emploi de plusieurs palpeurs aux caractéristiques dimensionnelles différentes. L'étalonnage de ces différents palpeurs s'effectue le plus souvent par mesure d'une sphère étalon, dont le centre matérialise l'origine du repère de mesure. Le choix des points de mesure sur la sphère étalon et l'algorithme d'optimisation utilisé donnent une imprécision sur la position du centre qui se répercute directement sur les résultats de mesurage.

Nous nous proposons de quantifier cette imprécision dans le cas où l'étalonnage des palpeurs est réalisé par mesure d'une portion de sphère étalon, et de définir ainsi une méthode générale de simulation capable d'évaluer l'imprécision de la mesure de tout élément géométrique mesuré par points. Une étude expérimentale est menée afin de valider les résultats de la simulation.

De plus un algorithme d'optimisation est proposé améliorant la précision sur la position du centre de la sphère et par suite de l'étalonnage du palpeur.

2 IDENTIFICATION D'UNE SPHERE SUIVANT LE CRITERE DES MOINDRES CARRES :

A l'ensemble des n points mesurés représentatifs de la surface réelle un modèle géométrique théorique est associé suivant un critère d'optimisation [2, 3].

Le critère retenu est le critère des moindres carrés. La méthode d'optimisation consiste à minimiser la somme $W =$

$\sum_{i=1}^{i=n} d_i^2$ des écarts d_i entre les points mesurés et la sphère

optimisée. La solution optimale est obtenue lorsque l'optimisation calcule les p paramètres indépendants caractérisant le rang p de la surface [1]. Dans le cas d'une sphère quatre paramètres sont nécessaires : trois paramètres

(u,v,w) caractérisant la position du centre de la sphère et un paramètre (δr) caractérisant le rayon de la sphère.

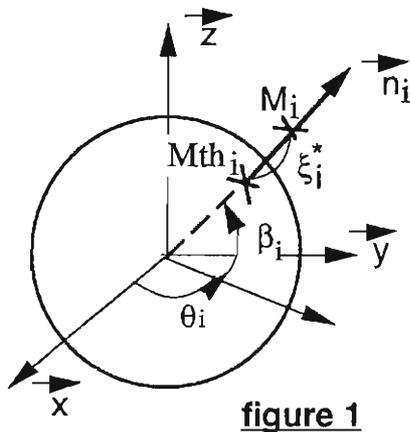
La surface à identifier est connue par l'ensemble des points $\Omega_i (x_i, y_i, z_i)$ exprimés dans $R(O; \vec{x}; \vec{y}; \vec{z})$, repère de la MMC. Ces points représentent les centres de la sphère du stylet du palpeur lorsque celui-ci est en contact avec la calotte sphérique, l'identification d'une sphère est réalisée suivant différentes étapes [2,4]:

Première étape :

Une *sphère idéale nominale* proche de la solution optimale est calculée à partir des points mesurés : soient $O'(x_0, y_0, z_0)$ les coordonnées du centre de la sphère nominale et R_0 son rayon. Par changement d'axes la sphère idéale nominale et les points de mesure $\Omega_i (x_i, y_i, z_i)$ sont exprimés dans le repère $R'(O'; \vec{x}; \vec{y}; \vec{z})$. On obtient ainsi l'ensemble des points $M_i (X_i; Y_i; Z_i)$ avec $X_i = x_i - x_0; Y_i = y_i - y_0$ et $Z_i = z_i - z_0$.

Deuxième étape :

Pour tout point M_i on calcule le point théorique M_{th_i} correspondant sur la sphère idéale nominal ainsi que la normale \vec{n}_i et l'écart de mesure ξ_i (figure 1).



$$\xi_i^* = \sqrt{X_i^2 + Y_i^2 + Z_i^2} - R_0$$

$$\vec{n}_i \begin{vmatrix} \cos\beta_i \cos\theta_i \\ \cos\beta_i \sin\theta_i \\ \sin\beta_i \end{vmatrix}$$

$$M_{th_i} \begin{vmatrix} R_0 \cos\beta_i \cos\theta_i \\ R_0 \cos\beta_i \sin\theta_i \\ R_0 \sin\beta_i \end{vmatrix}$$

Troisième étape :

On optimise la sphère idéale nominale par rapport aux points mesurés en faisant subir à son centre un petit déplacement (u,v,w) et une petite variation δr du rayon nominale R_0 : $U(u,v,w,\delta r)$ tels que les nouveaux écarts e_i définis par (1) répondent au critère d'optimisation des moindres carrés.

$$e_i = \xi_i^* - \left(u \cos \beta_i \cos \theta_i + v \cos \beta_i \sin \theta_i + w \sin \beta_i + \delta r \right) \quad (1)$$

Ce qui conduit à chercher $U(u, v, w, \delta r)$ vérifiant :

$$A \cdot U = B \quad (2)$$

avec :

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & a_{34} \\ a_{14} & a_{24} & a_{34} & a_{44} \end{vmatrix} \quad |B| = \begin{vmatrix} \sum \xi_i^* \cos \beta_i \cos \theta_i \\ \sum \xi_i^* \cos \beta_i \sin \theta_i \\ \sum \xi_i^* \sin \beta_i \\ \sum \xi_i^* \end{vmatrix}$$

$$a_{11} = \sum \cos^2 \beta_i \cos^2 \theta_i \quad a_{23} = \sum \cos \beta_i \sin \beta_i \sin \theta_i$$

$$a_{12} = \sum \cos \beta_i^2 \sin \theta_i \cos \theta_i \quad a_{24} = \sum \cos \beta_i \sin \theta_i$$

$$a_{13} = \sum \cos \beta_i \sin \beta_i \cos \theta_i \quad a_{33} = \sum \sin^2 \beta_i$$

$$a_{14} = \sum \cos \beta_i \cos \theta_i \quad a_{34} = \sum \sin \beta_i$$

$$a_{22} = \sum \cos \beta_i^2 \sin^2 \theta_i \quad a_{44} = n$$

La sphère associée est connue par son centre O^* et son rayon R^* :

$O^*(X_0^*, Y_0^*, Z_0^*)$, avec $X_0^* = x_0 + u$; $Y_0^* = y_0 + v$; $Z_0^* = z_0 + w$,

et $R^* = R_0 + \delta r$

Etape de validation :

On calcule :

- les écarts d_i entre les points mesurés sur la surface sphérique et la sphère optimisée :

$$d_i = \sqrt{(x_i - X^*_0)^2 + (y_i - Y^*_0)^2 + (z_i - Z^*_0)^2} - R^*$$

- les écarts optimisés e_i donnés par (1).
- les critères de petits déplacements $\varepsilon_i = d_i - e_i$

Les critères de petits déplacements permettent de valider le résultat (si $\varepsilon_i \leq 10^{-2}$ µmètre) ou de réitérer le calcul en prenant la sphère idéale optimisée comme nouvelle sphère idéale nominale.

3 INCERTITUDE SUR L'IDENTIFICATION DES PARAMETRES DE LA SURFACE

3.1 Estimation de l'incertitude sur les paramètres

A partir de données numériques, le calcul proposé précédemment donne un résultat optimal au sens des moindres carrés sur les distances d_i . Bien que les points soient mesurés sur une sphère à géométrie parfaite, on constate, quelle que soit la machine à mesurer à coordonnées utilisée, une incertitude sur la position de chaque point de mesure et par suite une incertitude sur la position du centre de la sphère étalon. Le calcul d'optimisation a un effet amplificateur sur les imprécisions. Cet effet dépend essentiellement du nombre de points mesurés, de leur répartition sur la surface et de l'imprécision introduite par la mesure.

Une estimation de la qualité des résultats peut-être calculée.

Une première approche consiste à calculer le conditionnement du système linéaire $AU = B$ [5, 6]:

$$\kappa(A) = \text{cond}(A) = \|A\| \|A^{-1}\| \quad (3)$$

A^{-1} désignant l'inverse de la matrice A et $\|\cdot\|$, une norme matricielle.

Ce nombre mesure la sensibilité de la solution U d'un système linéaire vis à vis de la variation sur les données [CIA 82]. Considérons le système perturbé $A(U+\delta U) = B + \delta B$, on montre facilement que :

$$\frac{\|\delta U\|}{\|U\|} \leq \|A\| \|A^{-1}\| \frac{\|\delta B\|}{\|B\|} \quad (4)$$

Ce qui montre que, pour une même erreur relative sur les données, l'erreur relative sur la solution est d'autant plus grande que le nombre $\kappa(A)$ est grand. Un système pour lequel $\kappa(A) \gg 1$ est dit *mal conditionné* alors que pour un $\kappa(A) \cong 1$, le système est dit *bien conditionné* [5, 6].

On retient pour le calcul de la norme matricielle de A , la norme 2 :

$$\|A\|_2 = (\rho(AA^*))^{1/2} \quad (5)$$

où A^* est la matrice adjointe de A et $\rho(AA^*)$ le rayon spectral de AA^* ($\rho = \max_j \lambda_j$, où λ_j sont les valeurs propres de la matrice).

Cette approche peut être complétée par le calcul de la matrice de covariance qui permet de déterminer une estimation des écarts type des résultats [6, 7].

Nous proposons une méthode qui calcule par simulation numérique l'incertitude des paramètres optimisés et par suite l'incertitude sur la position du centre d'une sphère mesurée par points.

Méthode d'estimation de l'incertitude de position :

La sphère de référence est supposée connue. On considère des points "exacts" appartenant à cette sphère, et les points mesurés sont générés par addition d'une erreur de mesure à ces points exacts.

L'erreur de mesure en un point M_i est caractérisée par un écart ξ_i porté par la normale à la sphère. Cet écart représente la résultante globale de toutes sources d'erreur possibles : défaut géométrique de la machine à mesurer, pouvoir de résolution des règles de mesure, technologie du palpeur, direction d'accostage du palpeur par rapport à la normale à la surface et aux axes de la machine à mesurer.

ξ_i peut prendre toute valeur entre deux valeurs limites :

$$\xi_{i\max} \leq \xi_i \leq \xi_{i\min} \quad (6)$$

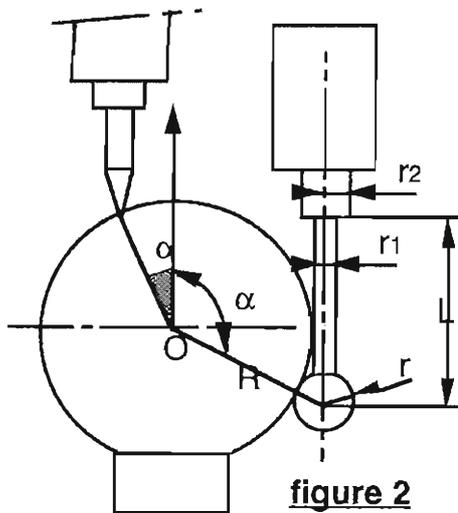
La surface sphérique étant mesurée en n points, on peut identifier 2^n sphères par l'algorithme des moindres carrés défini précédemment. Pour chacune des sphères calculées l'ensemble $(\xi_i)_{1 \leq i \leq n}$ correspond à une combinaison des limites $\xi_{i\max}$ et $\xi_{i\min}$ de l'écart ξ_i .

La sphère nominale étant la sphère idéale parfaite, pour chaque sphère les paramètres u_j , v_j , w_j et δr_j sont calculés et E_{c_j} défini par (7) représente l'erreur sur la position du centre de la sphère :

$$E_{c_j} = (X_{0j}^2 + v_{0j}^2 + w_{0j}^2)^{1/2} \quad (7)$$

On définit par suite le plus grand écart :

$$E_{c\max} = \max \{E_{c_j}\} \quad 1 \leq j \leq 2^n \quad (8)$$



On constate que les paramètres de la sphère sont identifiés avec un minimum de dispersion lorsque les points mesurés sont placés symétriquement et uniformément répartis sur toute la surface.

Mais compte tenu de l'accessibilité de la sphère par un palpeur, la sphère n'est jamais mesurée dans sa totalité. En particulier pour un palpeur pointe ($r \leq 0,02$) elle ne peut être

mesurée que sur une calotte définie par un angle α_{\max} de 15° (Figure 2). D'autre part et d'une façon plus générale, les sphères définies sur des pièces mécaniques, sont le plus souvent constituées de portions de sphère. Ceci nous conduit à étudier l'identification d'une sphère mesurée en n points répartis sur une calotte sphérique définie par différents angles α .

3 2 Simulation de l'identification par les moindres carrés -

Dans la pratique on cherche à minimiser les erreurs en se plaçant dans le cas favorable où les points sont uniformément répartis sur la calotte sphérique et positionnés symétriquement par rapport à un axe de la sphère. En conséquence pour satisfaire cette condition les simulations sont réalisées pour 5, 9 et 13 points répartis suivant la figure 3:

- un au sommet,
- les autres par groupe de 4 dans des plans équidistants.

Le diamètre de la sphère de référence est $R = 20$ mm et le diamètre de la sphère du stylet est $r = 2$ mm.

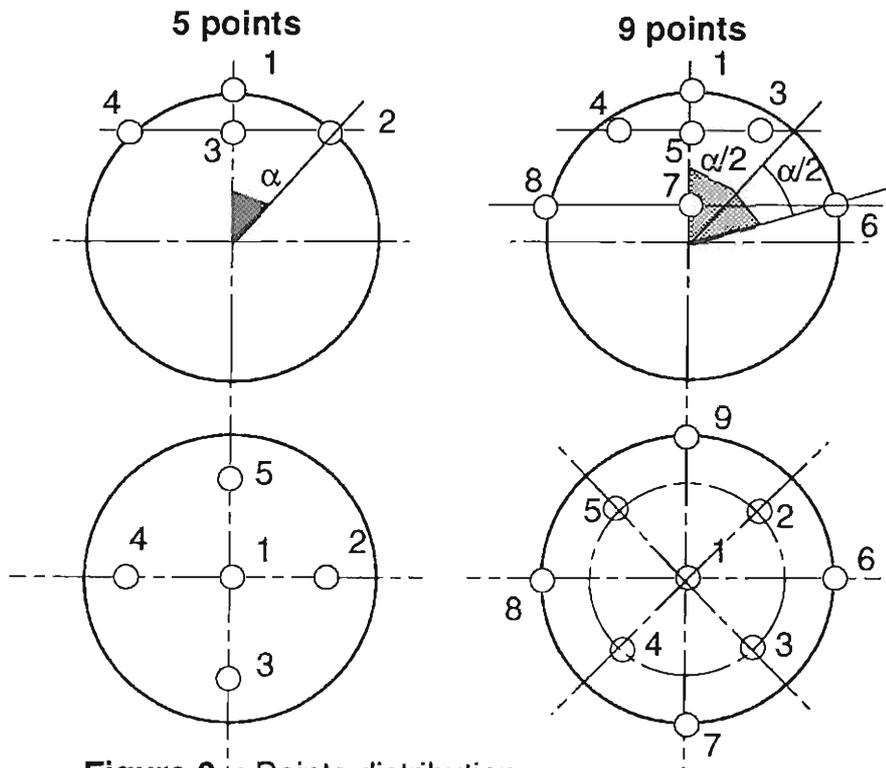


Figure 3 : Points distribution

Calcul de l'erreur E_{\max} par simulation :

La simulation de l'erreur E_{\max} (6) sur la position du centre de la sphère en fonction de l'angle α a été menée en prenant en chaque point les mêmes valeurs pour ξ_{\max} et ξ_{\min} . Le résultat de la simulation donne donc un majorant de l'erreur E_{\max} : $\xi_{\max} = 1\mu\text{m}$; $\xi_{\min} = 0\mu\text{m}$. La linéarité des équations (2) permet d'évaluer à partir de ce résultat toute nouvelle valeur de E_{\max} correspondant à toute valeur de $\Delta\xi = \xi_{\max} - \xi_{\min}$ différente de $1\mu\text{m}$

On remarque (figures 4 et 5) que quel que soit le nombre de points, pour $\alpha \geq 50^\circ$ les E_{\max} sont identiques et varient entre $3,5\mu$ ($\alpha = 50^\circ$) et 1μ ($\alpha = 110^\circ$).

Pour $\alpha < 50^\circ$ les écarts E_{\max} croissent de manière exponentielle et interdisent dans ce cas tout étalonnage d'un palpeur par mesure d'une calotte sphérique d'angle $\alpha < 50^\circ$.

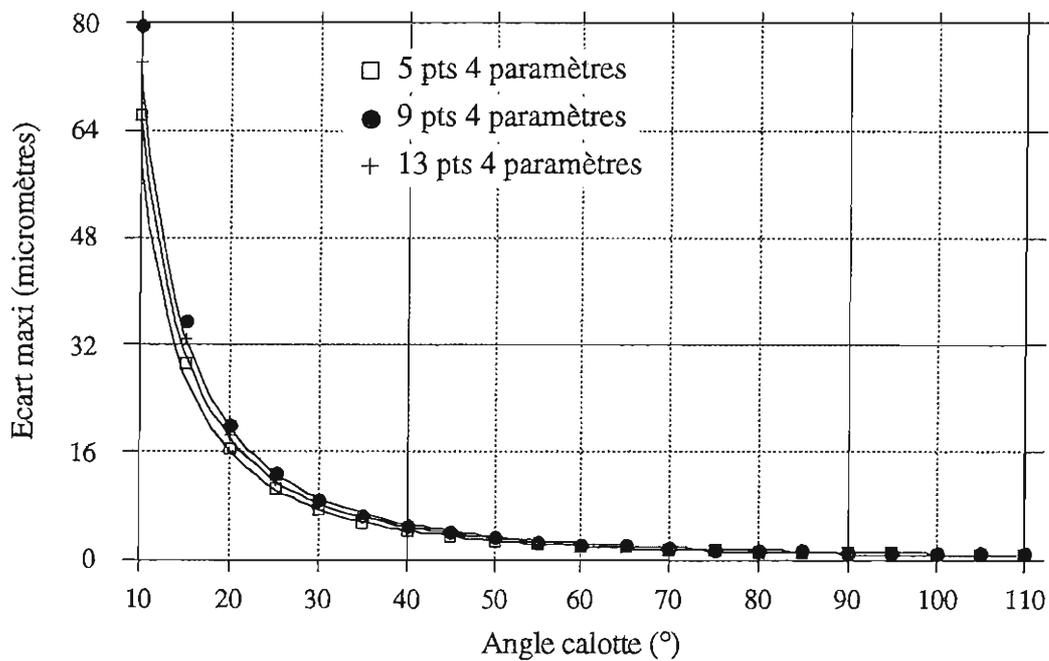


figure 4 : Simulation de l'erreur E_{cmax} pour différentes répartitions de points

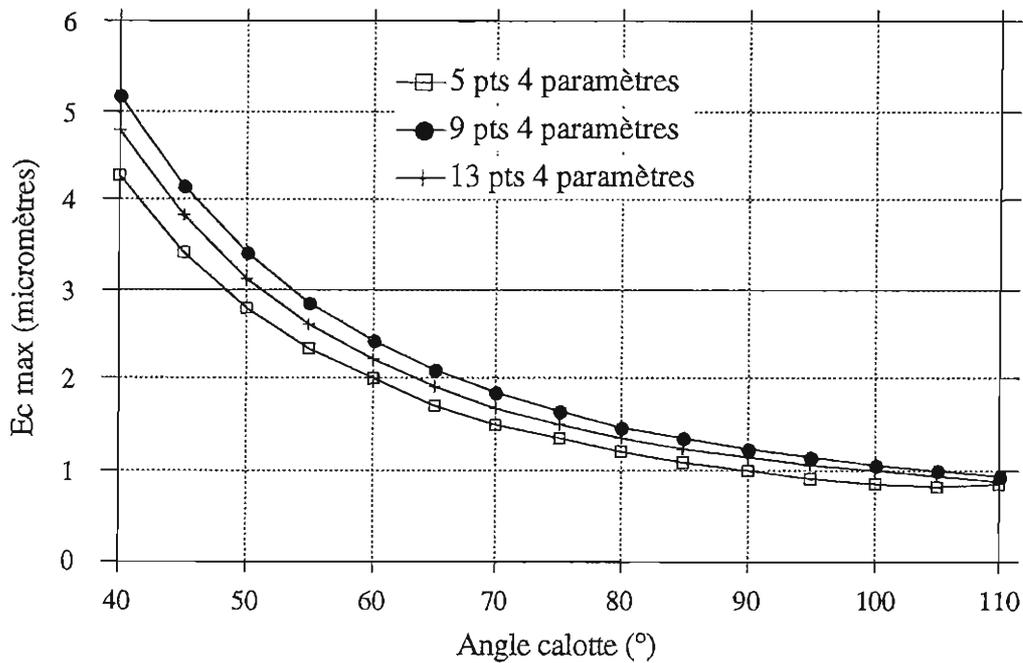


figure 5 : Simulation de l'erreur E_{cmax} pour différentes répartitions de points

On peut noter également qu'une augmentation du nombre de points de mesure n'améliore pas le résultat.

Chaque courbe peut-être corrélée par une équation de la forme $E_{cmax} = k_1 \cdot \Delta\xi \cdot \alpha^{k_2}$ où k_1 et k_2 sont des constantes pour un nombre de points donnés (tableau 1)

pts nb	k_1	k_2
5	4302	1.860
9	5199	1.859
13	4715	1.853

Table 1 : $E_{cmax} = k_1 \cdot \Delta\xi \cdot \alpha^{k_2}$

Une étude du conditionnement du système linéaire pour 5, 9 et 13 points confirme ces résultats. Le tableau 2 montre que pour les faibles valeurs de α , l'erreur relative sur la solution peut atteindre 10^2 à

10^4 fois l'erreur relative sur les données, le système est mal conditionné. Cette erreur devient raisonnable pour les valeurs de α supérieures à 60° , le système est alors bien conditionné.

κ	10°	20°	30°	40°	50°	60°
5 pts	26424	1556	277	75	25	9
9 pts	26061	1575	293	85.5	31.2	13
13 pts	29836	1814	342	101.2	37.8	16.2
	70°	80°	90°	100°	110°	
5 pts	3.2	1.2	4	4.38	3.34	
9 pts	5.8	2.6	1.2	2	2.7	
13 pts	7.5	3.6	1.8	1.4	2.1	

Tableau 2 : Conditionnement du système linéaire - algorithme à 4 paramètres

Les résultats de ces simulations montrent que, d'une part la mesure d'une sphère de référence en 5 points suivant la répartition proposée est suffisante. D'autre part, pour une sphère mesurée sur une calotte définie par $\alpha < 50^\circ$, la position

du centre de la sphère est imprécise. Ceci est confirmé expérimentalement.

3.3 Expérimentation - Comparaison

a - Mesure d'une sphère en 5 et 9 points répartis sur une calotte sphérique

Conformément aux conditions géométriques du calcul de la simulation définie figure 3, une sphère étalon de diamètre 20mm est mesurée en faisant varier le nombre de points de mesure (5 et 9 points) et l'angle α de la calotte sphérique ($30^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$). La valeur minimale de α (30°) est donnée par les limites du logiciel de la MMC. Les caractéristiques dimensionnelles du palpeur imposent un angle maximal de 90° .

Chaque mesure répétée 50 fois pour différentes valeurs de α a permis d'estimer l'écart E_{\max} sur la position calculée du centre de la sphère étalon ($E_{\max} = 3 \cdot \sigma$).

Les résultats portés sur les figures 6 et 7 apportent les commentaires suivants :

- les écart expérimentaux E_{\max} suivent les résultats simulés par calcul. En effet les E_{\max} simulés pour $\Delta\xi = 4\mu\text{m}$ sont bien dans tous les cas des majorants des E_{\max} mesurés,
- la valeur expérimentale de l'intervalle $\Delta\xi$ dépend de l'angle α , en particulier pour "9 points".

Ce dernier point est développé dans les paragraphes suivants. Une méthode expérimentale permettant d'évaluer $\Delta\xi$ en mesurant une surface plane est présentée.

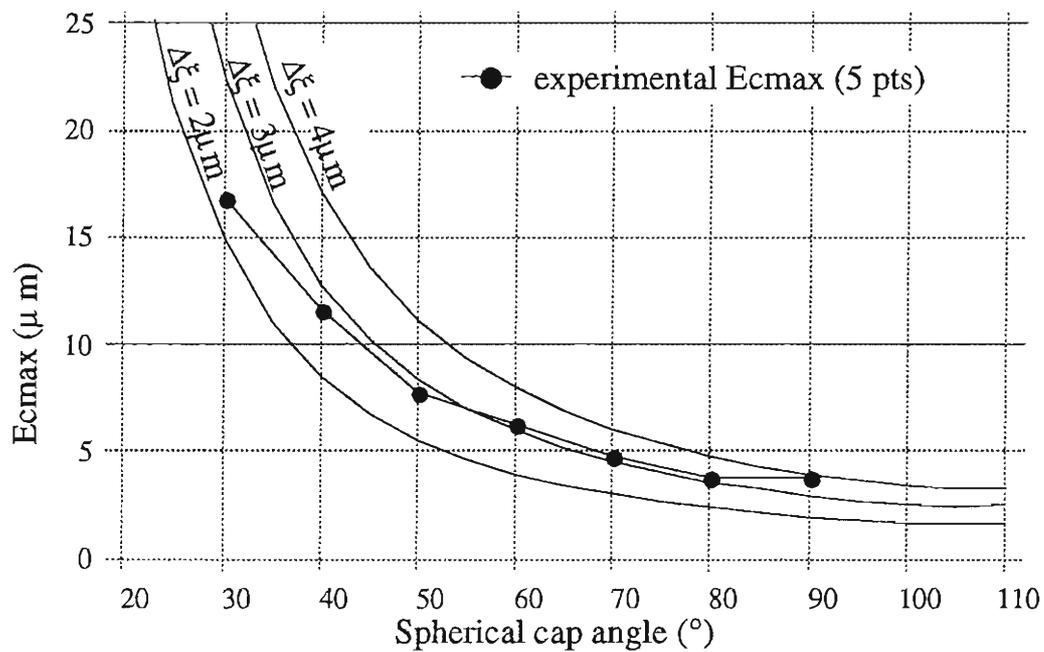


figure 6 : Simulated and experimental E_{cmax} comparison for 5 probing points

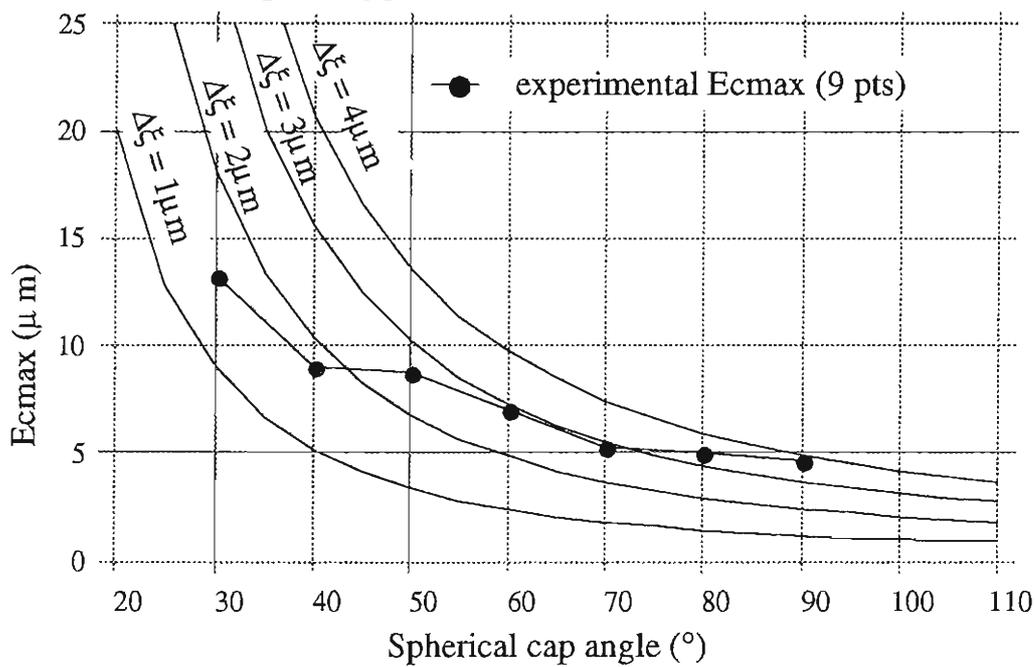
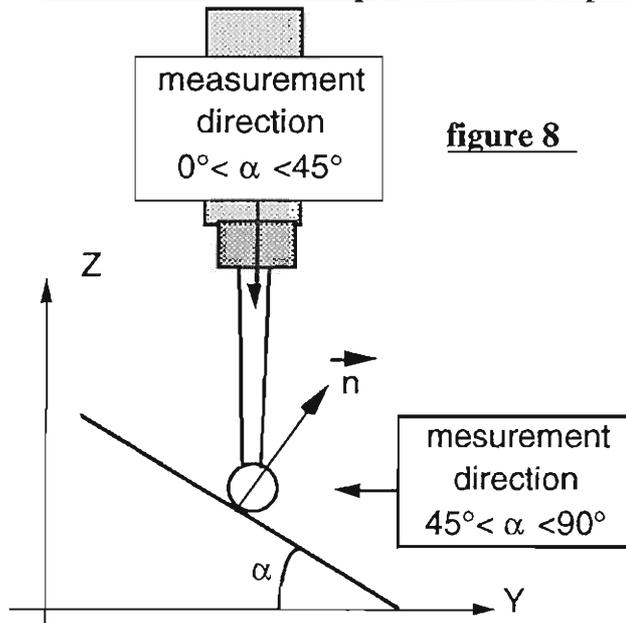


figure 7 : Simulated and experimental E_{cmax} comparison for 9 probing points

b Incertitude sur la position d'un point mesuré



L'écart ξ_i en un point i peut-être déterminé expérimentalement. Pour cela nous avons mené sur une machine à mesurer, une série d'essais de répétabilité de la mesure d'un point sur une surface plane.

La surface plane de normale \vec{n} fait un angle α avec l'axe Z du plan ZY de la machine à mesurer ($0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$). Le palpeur orienté

suivant l'axe Z, deux sens d'accostage ont été testés :

- $0^\circ < \alpha < 45^\circ$, accostage suivant l'axe Z
- $45^\circ < \alpha < 90^\circ$, accostage suivant l'axe Y

Chaque mesure est répétée 50 fois, pour une orientation donnée.

ξ_i globalise l'ensemble de toutes les sources d'erreur possibles (machine et palpeur compris). D'autre part, la résolution des règles de mesure donne une valeur des coordonnées arrondie au micromètre. C'est dans ces conditions, proches de l'utilisation industrielle, que nous avons calculé, à partir des coordonnées des points palpés, les ξ_i et déduit pour chaque série d'essais l'intervalle $\Delta\xi_i = \xi_{i\max} - \xi_{i\min}$ (tableau 3)

$\alpha(^{\circ})$	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
$\Delta\xi(\mu\text{m})$	2	1	1.16	1.21	1.24	2.28	2.2	1.64	2.3	2.1
$\alpha(^{\circ})$	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
$\Delta\xi(\mu\text{m})$	1	1	2	1.4	3.2	3	1.2	2	1.4	4

Table 3 : $\Delta\xi$ pour un point mesuré sur une surface plane

c Interpretation :

Pour chaque calotte sphérique mesurée en 5 et 9 points, il est possible d'estimer à l'aide des graphes représentés sur les figures 6 et 7 les valeurs $(\Delta\xi_{\max})_S$ donnant une valeur simulée identique à la valeur E_{\max} expérimentale.

D'autre part les résultats expérimentaux de la mesure d'un point sur un plan donnent pour un angle α de la calotte sphérique le $(\Delta\xi_{\max})_E$ de l'ensemble des points mesurés :

$$(\Delta\xi_{\max})_E = \max(\Delta\xi(\beta))_E$$

avec $\beta = 0^\circ, \alpha$ pour 5 points et $\beta = 0^\circ, \alpha/2, \alpha$ pour 9 points.

Les valeurs de $(\Delta\xi_{\max})_E$ et $(\Delta\xi_{\max})_S$ sont comparés dans le tableau 4. On observe une faible différence entre $(\Delta\xi_{\max})_E$ et $(\Delta\xi_{\max})_S$ comprise dans un intervalle de $1\mu\text{m}$, c'est à dire dans la tolérance de résolution des règles de mesure de la machine. Nous pouvons conclure que $(\Delta\xi_{\max})_E$ estimé expérimentalement par la mesure d'un point sur un plan est une bonne estimation du $\Delta\xi_{\max}$ permettant de calculer par simulation l'incertitude de la position du centre d'une sphère.

sphère mesurée en 5 points							
$\alpha(^{\circ})$	30	40	50	60	70	80	90
$(\Delta\xi_{\max})_E$	2,2	2,3	2	2	3	2	4
$(\Delta\xi_{\max})_S$	2,3	2,8	2,8	3	3	3	4
sphère mesurée en 9 points							
$\alpha(^{\circ})$	30	40	50	60	70	80	90
$(\Delta\xi_{\max})_E$	2,2	2,3	2,28	2,2	3	2,3	4
$(\Delta\xi_{\max})_S$	1,5	1,8	2,6	2,8	2,8	3,2	4

Table 4 : Comparaison entre $(\Delta\xi_{\max})_S$ et $(\Delta\xi_{\max})_E$

La méthode de simulation proposée étant validée, nous nous proposons d'améliorer la précision en prenant une sphère de rayon imposé

IV Amélioration de l'étalonnage par un algorithme d'optimisation à 3 paramètres

Nous avons cherché à améliorer la précision sur la position du centre de la sphère. Pour cela nous avons expérimenté une optimisation des moindres carrés à 3 paramètres u, v et w , le rayon R étant fixé avec une précision de quelques dixièmes de millimètres. Le conditionnement du système linéaire donne dans ce cas (tableau 5) pour les faibles valeurs de l'angle α une plus faible sensibilité sur la position du centre de la sphère optimisée.

	10°	20°	30°	40°	50°	60°
5 pts	80.9	19.3	8	4	2.2	1.3
9 pts	117.2	28.6	12.2	6.5	3.8	2.5
13 pts	136.2	33.4	14.3	7.7	4.7	3
	70°	80°	90°	100°	110°	
5 pts	1.2	1.7	2	1.7	1.2	
9 pts	1.7	1.4	1	1.12	1.11	
13 pts	2.1	1.6	1.25	1.1	1	

Table 5 : Conditionnement - algorithme à 3 paramètres

Les simulations ont été effectuées pour 5, 9 et 13 points, dans les mêmes conditions que précédemment.

Sur la figure 9, les résultats issus de la simulation à 3 paramètres sont comparés à ceux de la simulation à 4 paramètres pour 5 points. Il apparaît clairement que le fait de fixer le rayon améliore l'identification du centre de la sphère, en effet pour les angles $15^\circ < \alpha < 70^\circ$ la valeur de E_{\max} reste inférieure à $3\mu\text{m}$. Ce résultat valable pour 5 points l'est aussi pour 9 et 13 points (figure 10).

Nous avons pu constater qu'une variation du rayon R de 1mm donne une variation de E_{\max} inférieure à $10^{-2}\mu\text{m}$ et n'affecte pas les paramètres de position du centre de la sphère.

Cet algorithme d'optimisation à 3 paramètres est performant pour l'étalonnage des palpeurs où il s'agit de connaître avec précision le centre d'une sphère de référence de rayon R_0 connu, mesuré à l'aide d'un palpeur dont le rayon r du stylet est connu. Toutefois il s'avère également utilisable pour l'identification de portion de surfaces sphériques où le rayon nominal R peut-être imposé par le dessin de définition et permettre ainsi de vérifier si les coordonnées du centre sont dans les tolérances spécifiées.

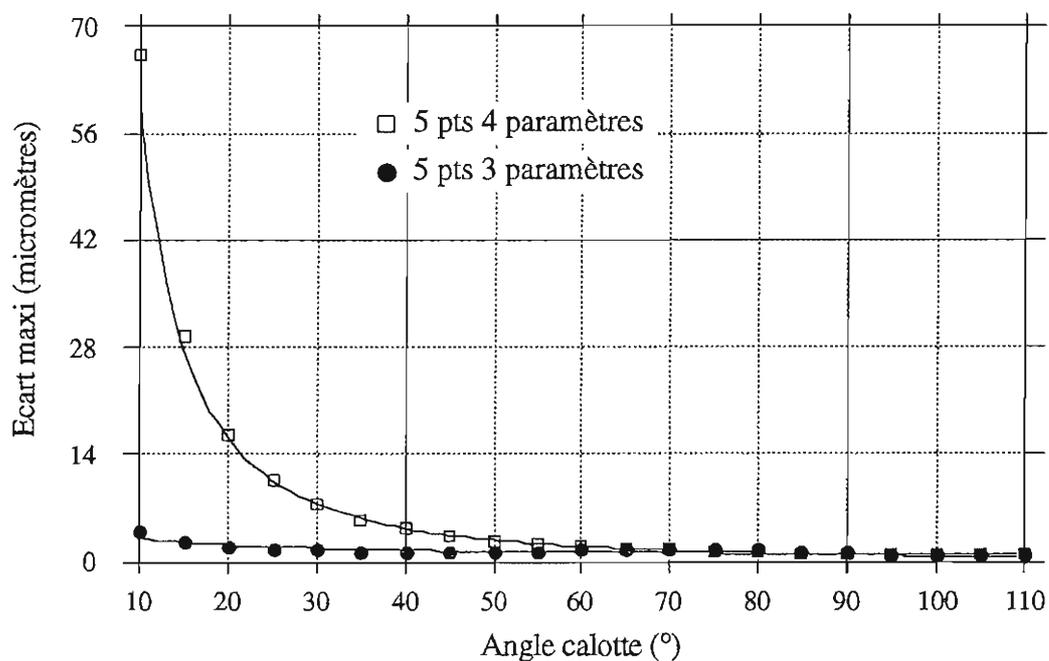


figure 9 ; Simulations pour "3 paramètres" et pour "4 paramètres".

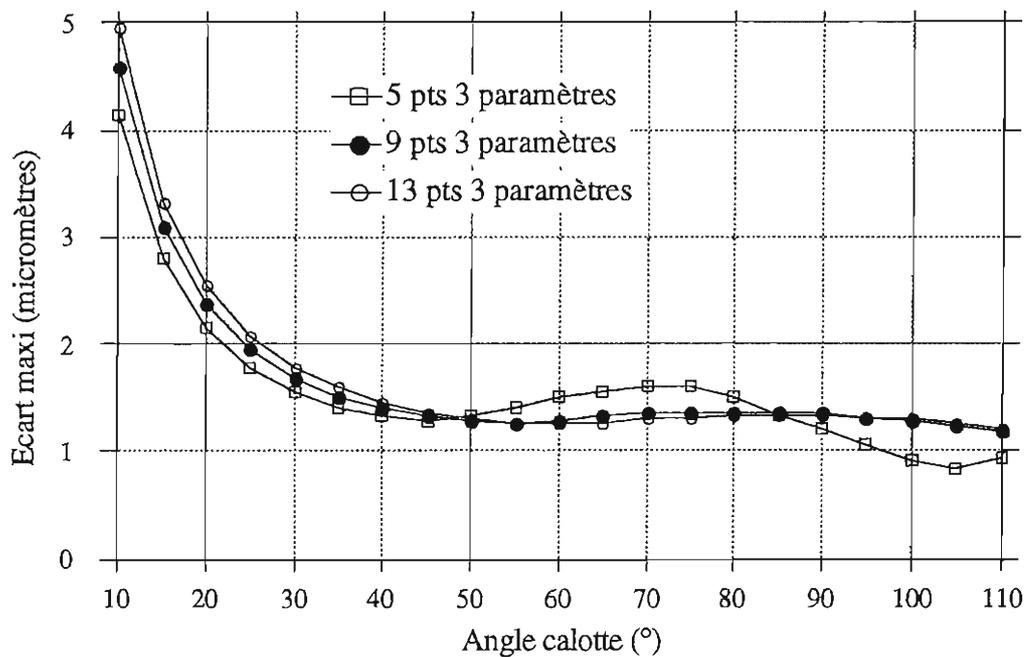


figure 10 ; Simulation pour "3 paramètres" pour différentes répartitions de points..

Le choix de l'algorithme le mieux adapté à la portion de surface peut-être défini par une valeur critique α_c de l'angle α de la calotte sphérique. α_c caractérise la frontière à partir de laquelle l'algorithme à 4 paramètres donne un résultat plus précis que l'algorithme à 3 paramètres. Dans le cadre de notre étude la valeur de α_c est de 70° .

V CONCLUSIONS :

La méthode de simulation que nous proposons est générale et s'applique à toute surface définie par un ensemble de points et de normales. Elle permet à partir d'une valeur estimée de l'erreur maxi $\Delta\xi_{\max}$ portée par les normales, de donner une estimation de la précision des résultats de mesure d'une surface quelles que soient sa forme et son étendue. L'estimation de $\Delta\xi_{\max}$ peut être faite par mesure d'un point sur un plan, la direction de mesure étant différente de la direction du plan. Une mesure plus précise du $\Delta\xi_{\max}$ a permis de valider la méthode proposée.

Cette méthode a permis de définir les domaines de validité de deux algorithmes d'optimisation d'une sphère dans le cas de l'étalonnage d'un palpeur. Ce résultat reste valide également dans le cas général de la mesure de portion de sphère.

BIBLIOGRAPHIE :

- [1] Anthony, G.T., Anthony, H.M., Cox, M.G., Forbes, A.B., 1991, "The parametrization of Geometric Form", Report EUR 13517 EN, Commission of the European Communities, BCR Information, Applied Metrology.
- [2] Bourdet, P., Clément, A., 1976, "Controlling a Complex Surface with a 3 Axis Measuring Machine", Annals of C.I.R.P., vol. 25/1/1976 p. 354-361.
- [3] Bourdet, P., Clément, A., 1988, "A Study of Optimal-Criteria Identification Based on Small-Displacement Screw Model", Annals of CIRP , vol 37/1/1988 p. 503-506
- [4] Bourdet, P., 1987, "Contribution à la Mesure Tridimensionnelle: Modèle d'Identification des Surfaces, Métrologie Fonctionnelle des Pièces Mécaniques, Correction Géométrique des Machines à Mesurer Tridimensionnelles", Thèse d'Etat, Université de NANCY I
- [5] Ciarlet, P.G., 1982, "Introduction à l'Analyse Numérique", Masson, Paris-New York.
- [6] Tarantola, A., 1987, "Inverse problem theory", Elsevier, Amsterdam
- [7] Trigeassou, J.C., 1988, "Recherche de Modèles Expérimentaux", Lavoisier, Paris