

# Controlling a Complex Surface with a 3 Axis Measuring Machine

P. BOURDET A. CLEMENT. LABORATOIRE DE MECANIQUE ET TECHNOLOGIE. Submitted by R. WEILL.  
E.N.S.E.T 61, Av. du Pd. Wilson 94230 CACHAN (FRANCE)

**SUMMARY :** Controlling complex surfaces (surfaces with an algebraic equation of an order greater or equal than 2, or transcendental equations) is highly difficult with the usual methods.

Since the 3 axis measuring machines appeared, the task of researchers has been to solve the two main aspects of this control :

- Positioning the object to be controlled (1) and (2).
  - Evaluating the difference between the theoretical and actual forms, each surface being specifically studied.
- These works, although they have certainly helped the manual process, have not, however, suppressed the result's subjectivity, as they leave to the operator the choice of the positioning of the control reference. This choice is of great influence upon the value of the obtained differences. The method suggested hereafter is perfectly objective ; it suppresses the accurate balancing of the object and provides with a reference such that the differences are minimum. This method can also be applied to the problem of balancing raw objects of huge dimensions.

## POSITION DU PROBLEME :

Le contrôle des surfaces complexes (surfaces d'équations algébriques d'ordre supérieur ou égal à 2, ou d'équations transcendentes) est très difficile avec les méthodes conventionnelles. Depuis l'apparition des machines à mesurer 3 axes, les recherches ont eu pour objet de résoudre les 2 principaux aspects de ce contrôle :

- a) Mise en position de la pièce à contrôler [1] [2] .
- b) Evaluation de l'écart entre forme théorique et forme réelle chaque surface faisant l'objet d'une étude particulière [3] .

Ces travaux, s'ils ont apporté une aide certaine au processus manuel, n'ont pas supprimé la subjectivité du résultat puisqu'ils laissent le choix à l'opérateur de la position de la référence de contrôle. Or le choix de cette référence, influence grandement le volume des écarts obtenus. La méthode proposée ci-dessous est parfaitement objective ; elle supprime un balancement précis de la pièce et détermine une référence telle que les écarts soient minimums. Cette méthode trouve également son application dans le problème du balancement des pièces brutes de grandes dimensions (carter d'alternateur, arbre de turbine etc...).

## EXPOSE DE LA METHODE :

Soit par exemple, à contrôler la surface (S) de la "Ferrure de Réacteur", fig. 1. La surface (définie dans le repère AX, Y, Z) n'est pas donnée nécessairement par son équation mais essentiellement par un tableau (X, Y, Z, a, b, c) des coordonnées X, Y, Z d'une série de n points théoriques (qui seront les points sur lesquels porteront le contrôle) et par les cosinus directeurs a, b, c, des normales à la surface aux points considérés.

Si l'on pose cette pièce sous la machine à mesurer 3 axes dans un montage de contrôle isostatique, la série de points mesurés présente, des écarts inévitables par rapport aux points théoriques de définition fig. 2.

Actuellement, l'opérateur tente de faire coïncider les 2 séries de points, soit d'une manière entièrement manuelle, soit avec l'existence d'un calculateur qui détermine le déplacement nécessaire en considérant que la pièce est parfaite (calcul classique de changement d'axes). La pièce n'étant pas parfaite, l'opérateur recommence plusieurs fois la manipulation jusqu'à ce qu'il juge la coïncidence suffisante.

Il est clair que malgré l'utilisation du calculateur, l'opération est entièrement subjective, et que les résultats du contrôle seront variables suivant l'opérateur.

Nous vous proposons de déterminer, sans balancement manuel, la coïncidence optimale entre les mesures et les points théoriques.

Désignons par  $\vec{D}_A$  le torseur des déplacements très petits calculé en A, qui doit permettre de faire passer le solide de la position 1 actuelle à une position 2 telle que les points mesurés coïncident d'une manière significative avec les points théoriques dans un repère lié au système de mesure.

Soit en un point théorique  $M_{th}$  de coordonnées  $X_i, Y_i, Z_i$  la normale  $\vec{n}_i$  à la surface théorique Fig. 3.  $M_i$  est le point réel, intersection de la normale  $\vec{n}_i$  et de la surface réelle. Quel que soit l'instrument de contrôle, on obtient la mesure algébrique  $M_i M_{th} = \xi_i$  sur la normale  $\vec{n}_i$ .

La surface réelle n'est jamais superposable à la surface théorique, c'est-à-dire que le point  $M_i$  ne vient pas nécessairement en  $M_{th}$ . On minimise les écarts de superposition en donnant un

déplacement tel que la position finale de  $M_i$  soit dans le plan tangent en  $M_{th}$ .

Ce qu'on peut écrire algébriquement :  $\vec{D}(\vec{M}_i) \cdot \vec{n}_i = \xi_i$  (1).

Le champ des déplacements infiniment petits, étant un champ de moment on a :

$$\vec{D}(\vec{M}_i) = \vec{D}(\vec{A}) + \vec{M}_i \vec{A} \wedge \vec{\Omega}$$

A désignant un point de référence quelconque

$$\vec{D}(\vec{A}) + \vec{M}_i \vec{A} \wedge \vec{\Omega} \cdot \vec{n}_i = \xi_i$$

$$\vec{D}(\vec{A}) \cdot \vec{n}_i + (\vec{M}_i \vec{A} \wedge \vec{\Omega}) \cdot \vec{n}_i = \xi_i$$

$$\vec{D}(\vec{A}) \cdot \vec{n}_i + (AM_i \wedge \vec{n}_i) \cdot \vec{\Omega} = \xi_i$$

Ecrit sous cette forme, l'équation (I) représente le moment du torseur déplacement  $\vec{D}_A$  et du torseur des coordonnées plückériennes du vecteur  $\vec{n}_i$ .

.../...

$$e_i \begin{cases} \vec{n}_i \\ AM_i \wedge \vec{n}_i \end{cases}$$

Soit sous forme condensée :  $e_i \mathcal{D} = \xi_i$

On peut écrire une relation analogue pour chaque point de mesure, on obtient alors le système matriciel suivant :

$$e \cdot \mathcal{D} = \xi$$

Dans lequel :  $\xi$  représente le vecteur colonne des différentes mesures  $\xi_i$ .  
 $\mathcal{D}$  représente le vecteur colonne du déplacement cherché.  
 $e$  représente la matrice transposée du tableau des coordonnées plückériennes des normales de mesure.

On a 6 inconnues ( $\alpha, \beta, \gamma, u, v, w$ ) composante du torseur déplacement  $\vec{D}_A$ . Toutes les relations (II) étant linéaires il faut

6 équations indépendantes pour résoudre le système. Si l'on procédait ainsi, le nombre de points de mesure serait insuffisant pour donner l'image de la forme de la pièce.

Supposons que la surface (ou le groupe de surfaces) soit définie par n points (par exemple n = 100). On peut écrire n équations du type (I). On est alors en présence d'un système d'équations linéaires à n équations et 6 inconnues.

Il s'agit alors de déterminer le déplacement significatif c'est-à-dire le déplacement qui satisfait au mieux les n équations. On emploie ici la méthode de résolution de GAUSS, en formant la fonction W constituée par la somme des carrés des membres de gauche des n équations préalablement égales à zéro. Cette fonction W doit être minimum pour que la solution vérifie au mieux le système de n équations. On obtient ainsi un système de 6 équations dans le cas général en écrivant que :

$$W = \sum_{i=1}^n (P_i \cdot \mathcal{D} - \xi_i)^2$$

.../...

$$\frac{\partial W}{\partial \alpha} = 0 \quad \frac{\partial W}{\partial \beta} = 0 \quad \frac{\partial W}{\partial \gamma} = 0$$

$$\frac{\partial W}{\partial u} = 0 \quad \frac{\partial W}{\partial v} = 0 \quad \frac{\partial W}{\partial w} = 0$$

Ce système est évidemment linéaire et la résolution donne un torseur déplacement  $(\alpha, \beta, \gamma, u, v, w)$  que nous appellerons le déplacement significatif et qui correspond au balancement optimal de la pièce. On peut montrer que dans ces conditions, la répartition des écarts est une répartition gaussienne, ce qui implique en particulier que les points aberrants n'ont que peu ou pas d'influence sur le résultat final.

**RESULTATS :**

L'exploitation des résultats est immédiate :

1 - Par le calcul on fait subir aux points mesurés le déplacement significatif et l'on détermine la nouvelle distance au plus tangent, c'est-à-dire des écarts entre la forme théorique et la forme réelle. Si l'on dispose d'une table traçante couplée à la machine à mesurer, il est possible de dessiner la topographie de la surface par le tracé des lignes de niveau.

Si l'on reprend l'exemple de la ferrure de réacteur, on se trouve en présence des résultats suivants : (extrait du listing des résultats).

Sur un montage de contrôle constitué par 6 contacts ponctuels réglables, on effectue une première série de mesures. A partir de ces mesures, le programme calcule le déplacement significatif de la pièce et donne les écarts correspondants. Il suffit donc alors de calculer le déplacement à faire subir à chaque contact ponctuel du montage afin de réaliser ce déplacement significatif. (Le déplacement au point de contact  $C_i$  est donné par la formule :

$$\vec{D}(C_i) = \vec{D}_A + \vec{C}_i \cdot \vec{A}$$

Une nouvelle série de mesures permet alors de comparer les nouveaux écarts mesurés et les écarts calculés. Nous avons obtenu ainsi des résultats concordants au centième de millimètre près.

3 - La vérification expérimentale que nous venons de décrire est à proprement parlé une opération de balancement. On peut donc utiliser cette méthode pour résoudre d'une manière optimale un problème de balancement de pièces brutes.

4 - Cette méthode est très performante pour les cas simples : planimétrie, circularité, cylindricité (voir figures).

[1] SULZER G. - M. HOLLER : Zahnradmessung mit numerisch geführter 3 - Koordinaten - Meßmaschine VDI - Z 116 (1974) Nr 14 SEITE : 1161 - 1161.

[2] MATTHIAS E. Lage und Bewegung im werkzeugmaschinenbau Fertigung 3 (1974) p. 87 - 90  
Fertigung 5 (1974) p. 169 - 175.

[3] WECK M - BAGM P : CIRP Annals (1975) p. 375 - 378.

.../...

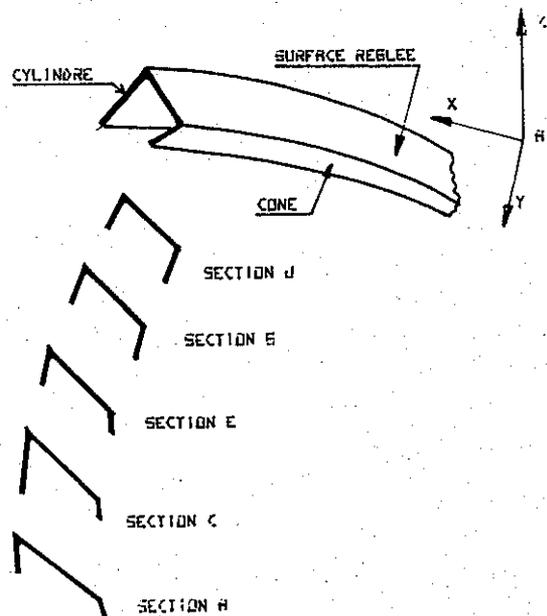
DEFINITION THEORIQUE DE LA PIECE				Ecart mesuré	Ecart réel	
N°	X	Y	Z	suisvant Z	suisvant Z	
4	-77 389	76 189	0.0	2 200	0 000	
5	-32 129	0 0	- 38 099	1 400	- 0 202	
6	-73 709	0 0	0 0	2 290	0 150	
7	-32 250	12 699	- 38 099	1 490	- 0 256	HORS TOLERANCE
8	-73 809	12 699	0 0	2 360	0 054	
9	-32 639	25 399	- 38 099	1 490	- 0 332	HORS TOLERANCE
10	-74 129	25 399	0 0	2 290	0 048	
11	-34 159	50 799	- 38 089	1 520	- 0 268	HORS TOLERANCE
12	-75 369	50 799	0 0	2 220	0 006	
13	-36 659	76 199	- 38 099	1 500	- 0 210	
24	-66 399	228 599	- 38 109	1 170	0 277	HORS TOLERANCE
25	-29 219	254 000	- 38 899	0 580	0 271	HORS TOLERANCE
26	-61 459	254 000	- 50 799	1 020	0 204	
27	-27 189	279 399	-101 599	0 400	0 247	
28	-57 459	279 399	- 63 500	0 760	0 211	
29	-26 069	304 799	-114 299	0 410	0 334	HORS TOLERANCE
30	-54 259	304 799	- 76 199	0 610	0 028	
31	-25 619	330 199	-127 000	0 310	0 311	HORS TOLERANCE
32	-51 699	330 199	- 88 899	0 650	0 045	
33	-18 309	355 599	-152 399	0 230	0 098	
40	-28 469	419 099	-165 099	-0 019	0 008	
41	-48 239	419 099	-127 000	0 130	0 241	
42	-43 549	431 799	-139 699	-0 009	0 092	
43	-14 379	406 409	-190 500	-0 039	0 065	
44	-25 199	431 809	-177 789	0 010	-0 537	HORS TOLERANCE

Il est intéressant de souligner à titre de comparaison, que les écarts mesurés suivant Z que nous avons introduit dans le calculateur était déjà le meilleur résultat de contrôle obtenu par un ouvrier professionnel après 8 Heures d'effort pour balancer au mieux cette pièce sur la machine à mesurer. On constate la réduction très importante des écarts. Dans la pratique, il est évidemment inutile de tenter d'effectuer le balancement manuel.

2 - Nous avons réalisé la vérification expérimentale de la manière suivante :

.../...

**CONTROLE D'UNE 'FERRURE' DE REACTEUR**



FIGURE

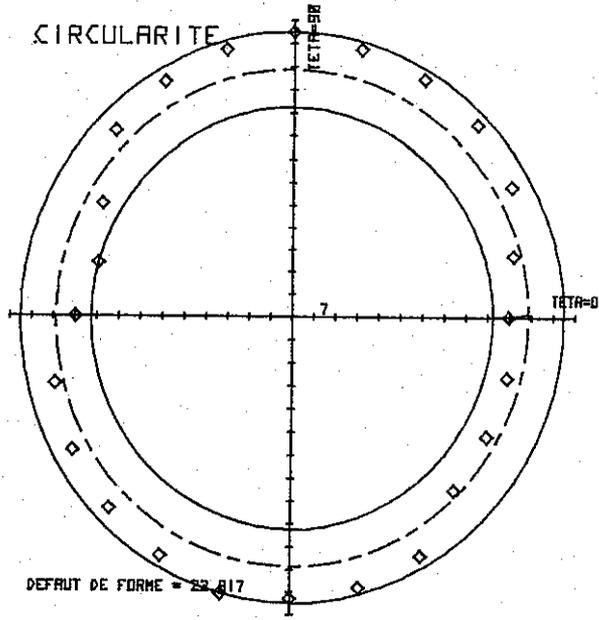


FIGURE 2

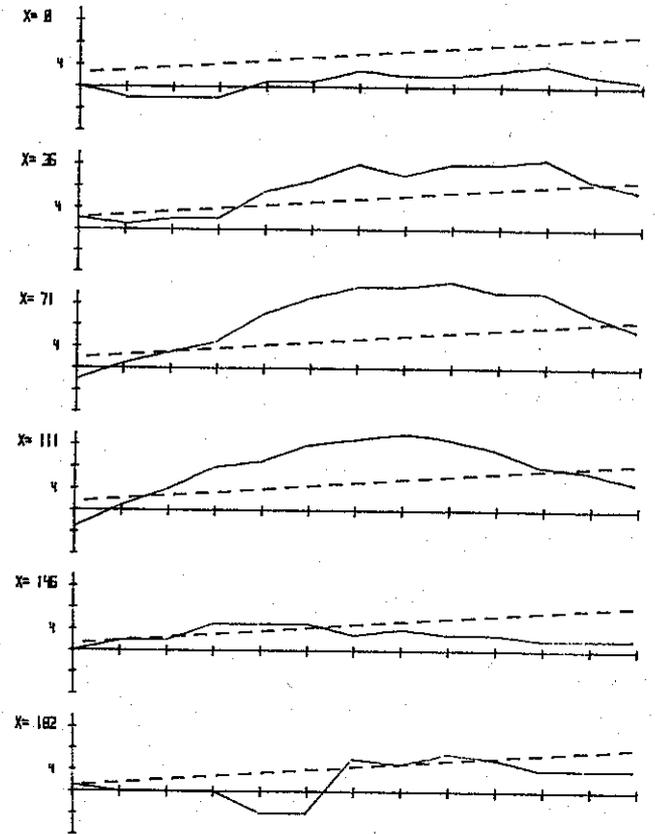


FIGURE 4

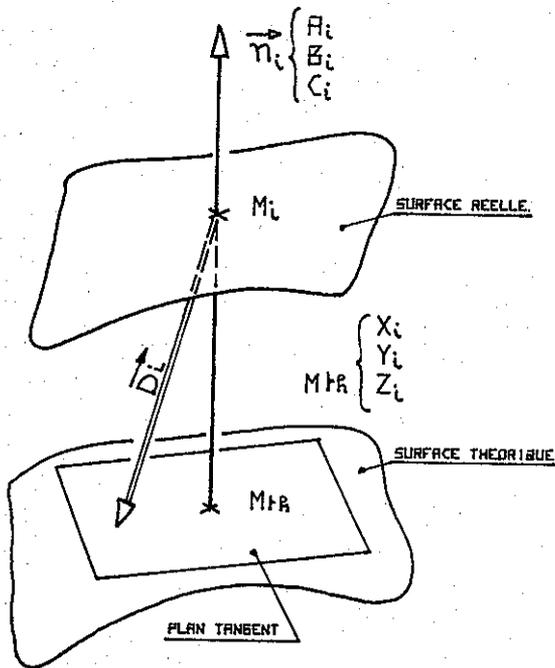


FIG.3