

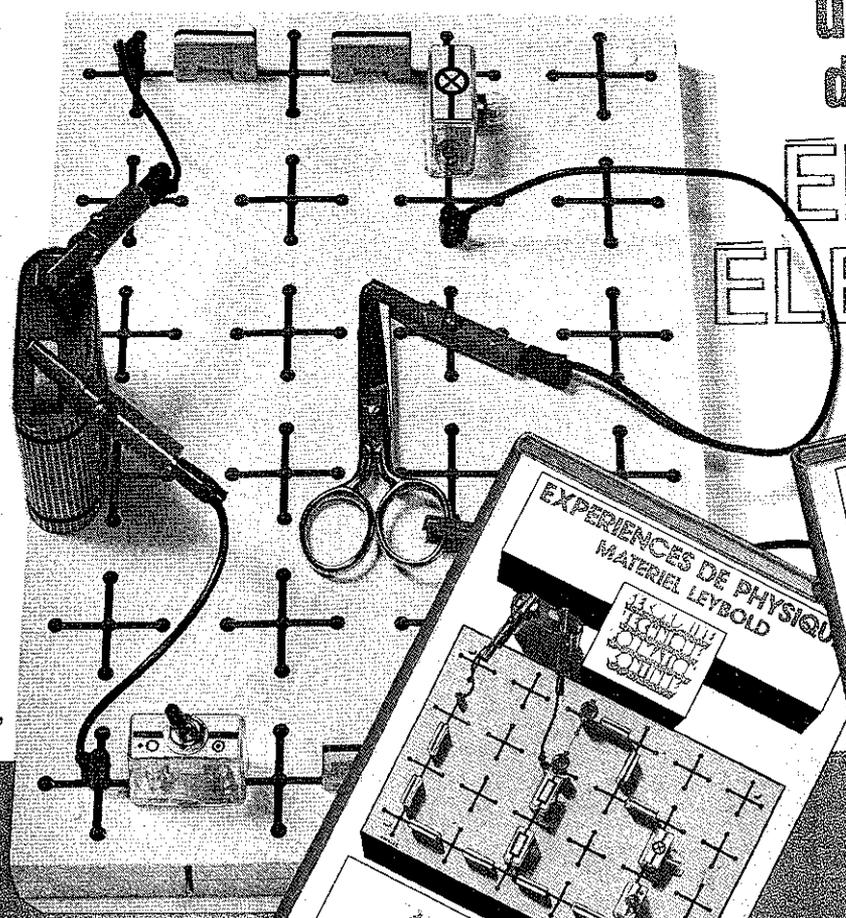
# L'INGÉNIEUR <sup>PE</sup> <sup>GA</sup> et le technicien DE L'ENSEIGNEMENT TECHNIQUE

15 MARS 1974

BIMESTRIEL - PRIX DU N° : 9 F - Voir sommaire page 3 - 29<sup>e</sup> ANNÉE - N° 185 JUILLET-AOÛT 1974

un ensemble complet  
de travaux pratiques

## ELECTRICITÉ ELECTRONIQUE



OUVRAGES DE TRAVAUX PRATIQUES  
PEDAGOGIE MODERNE



**LEYBOLD-HERAEUS-SOGEV** S.A.  
B.P. 42 ZONE INDUSTRIELLE 91401 ORSAY  
TELEPHONE 907 64 00 — TELEX 6085

# OPTIMALISATION DES MONTAGES D'USINAGE

Par P. BOURDET et A. CLÉMENT

Professeur à l'Ecole Normale  
Supérieure de l'Enseignement Technique

L'article présenté ici par MM. Bourdet et Clément correspond à une recherche de niveau élevé. Celle-ci aboutit directement à maîtriser avec rigueur le problème de la précision et de la fiabilité d'un montage d'usinage ou de contrôle.

Nous sommes heureux de présenter cette recherche car son application industrielle a déjà été mise en œuvre. Mais aussi parce que cette étude est l'illustration typique des puissantes possibilités de « l'outil-ordinateur » qui seul permet d'appréhender la complexité de la réalité physique dans toutes ses dimensions.

C'est pourquoi « l'informatique industrielle » est à l'ordre du jour dans les établissements techniques.

De prochains articles rendront compte des expériences déjà conduites dans ce domaine et des perspectives possibles.

N.D.L.R.

**Le but de nos recherches est la maîtrise des phénomènes aléatoires intervenant dans la mise en position d'une série de pièces dans un montage de contrôle et dans un montage d'usinage.**

A la suite des travaux de Lord Kelvin et de Maxwell on utilise toujours actuellement le modèle dit : de l'isostatisme. Ce modèle est universellement employé pour les pièces indéformables; disons brièvement qu'il consiste dans le cas d'une mise en position par contacts ponctuels unilatéraux à prendre 6 de ces contacts sur la pièce de telle manière que les 6 normales ne constituent pas un complexe de droites et que d'autre part, chaque normale s'oppose « frontalement aux mouvements possibles » déterminés par le complexe des 5 autres normales. (Règle de Maxwell).

L'emploi systématique de ce modèle, s'il a apporté un progrès considérable, est notoirement insuffisant pour les travaux de précision en série.

En effet les écarts proviennent de 2 sources différentes :

- 1) Pour une pièce donnée de la non-répétitivité de la mise en position par modification des états de surfaces;
- 2) Pour une série de pièces par les écarts dimensionnels de chaque pièce (Histoire de la pièce).

Par suite de ces écarts, la mise en position d'une pièce n'est jamais rigoureuse et de plus les défauts semblent aléatoires car leurs origines sont mal connues et de ce fait, on ne peut pas prévoir la variabilité du repérage.

Le nouveau modèle que nous proposons englobe le modèle de Kelvin et tient compte des défauts révélés par l'analyse précédente.

On suppose à présent que chaque pièce présente par rapport au modèle géométrique de définition des écarts, soit dimensionnels, soit d'orientation, soit d'état de surface.

Et l'on pose en principe que la variabilité de la mise en position d'une série de pièces dans un montage donné est la conséquence d'un effet d'amplification par le mon-

tage, des écarts dimensionnels antérieurs de chaque pièce. L'étude de cet effet d'amplification comporte deux étapes :

- a) Pour un montage d'usinage donné, c'est-à-dire, pour un amplificateur donné, déterminer sa variabilité.
- b) Pour une pièce donnée, déterminer le montage d'usinage qui donne une amplification minimum.

## DETERMINATION DE LA VARIABILITE D'UN MONTAGE D'USINAGE

Pour représenter globalement les différents écarts, on adopte le modèle suivant :

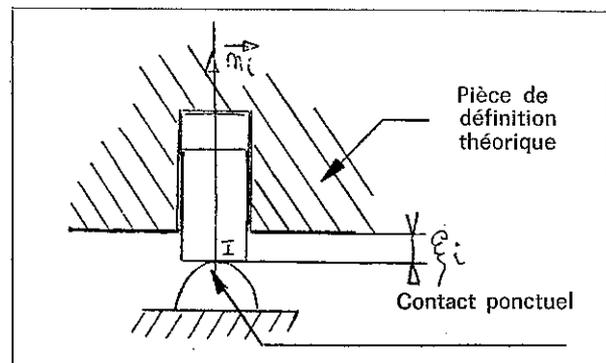


Fig. 1

$\xi_i$  représente la somme de tous les écarts possibles au point I, de la pièce réelle par rapport à la pièce de définition théorique. Par suite, la pièce réelle est représentée par la pièce théorique, à laquelle on adjoint les écarts — en chacun des 6 contacts ponctuels. Cette pièce peut prendre dans l'espace différentes positions selon les différentes combinaisons de valeurs des  $\xi_i$ .

Selon la disposition des 6 contacts ponctuels (facteurs d'amplification plus ou moins grands) et selon les valeurs des  $\xi_i$  (grandeurs d'entrées soumises à l'amplification) la surface de référence de la pièce, occupera différentes positions dans l'espace. L'enveloppe de ces positions détermine un intervalle de variabilité qui constitue la grandeur de sortie.

La mise en équation du problème est simple. On considère le mécanisme schématisé ci-dessous et conforme au modèle d'étude proposé :

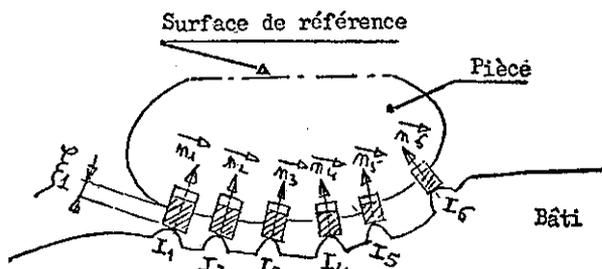


Fig. 2

Pour un ensemble  $(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_5, \xi_6)$  d'écart connus (il s'agit en effet soit des tolérances de fonderie, soit des tolérances provenant des usinages antérieurs) le champ des déplacements très petits de la pièce est tel que :

$$D(ii) \cdot \vec{N}_i = \xi_i \quad i \in \{1, 2, \dots, 6\}$$

On obtient ainsi un système de 6 équations linéaires à 6 inconnues ( $\alpha, \beta, \gamma, u, v, w$ ). Ces 6 inconnues sont les éléments de réduction du torseur déplacement de la pièce. On sait en effet que des déplacements infiniment petits, constituant un espace vectoriel, sont proportionnels aux vitesses des points du solide.

Un programme d'ordinateur, réalisé dans le cadre d'un contrat de recherche de la D.R.M.E. en collaboration avec M. Gilet du Laboratoire Central de l'Armement, permet de calculer ces déplacements et d'en déduire l'intervalle de tolérance sur la position de la surface de référence. La vérification expérimentale au laboratoire de l'E.N.S.F.T. donne une très bonne concordance entre les valeurs calculées et les valeurs mesurées. Il ne nous a pas encore été possible d'effectuer une vérification en vraie grandeur sur une production de série.

Tel qu'il est actuellement, ce programme permet un gain de temps important dans la phase de mise au point d'un montage d'usinage, puisqu'il permet d'opter entre plusieurs solutions possibles; ceci est particulièrement intéressant dans le cas de machine à commande numérique, le temps de mise au point expérimentale étant diminué.

Sur le plan économique, on doit pouvoir resserrer l'étendue de la dispersion de la production sans frais supplémentaires.

### CRITERE DE QUALITE D'UN REPERAGE ISOSTATIQUE

On se propose à présent de déterminer des coefficients  $Q_i$ , appelés : coefficients de qualité, grâce auxquels il sera possible de caractériser un montage isostatique donné. Ces coefficients de qualité  $Q_i$  représenteront les propriétés d'amplification du montage.

Si l'on prend 5 contacts ponctuels parmi les 6 constituant le repérage, on peut leur associer un ensemble de

torseurs cinématiques puisqu'alors le système présente un degré de liberté. Classiquement, cet ensemble de torseurs est déterminé par le système de 5 équations :

$$\vec{\Omega} \cdot M_0(A_i) + V_0(S) \cdot \vec{N}_i = 0 \quad i \in \{1, 2, \dots, 5\}$$

Cet ensemble constitue une classe d'équivalence des torseurs homothétiques. Habituellement, on choisit comme représentant de la classe, celui dont le module du vecteur rotation est égal à 1. Pour des raisons qui apparaîtront par la suite et pour ne pas détruire la symétrie des équations, on choisit ici le torseur dont la somme des composantes est égale à 1. On désigne cette classe d'équivalence ou son représentant par le terme

de : torseur géométrique :  $(\vec{\Omega}, V_0(S))$ .

On pose alors comme hypothèse fondamentale que la qualité du repérage assuré par la normale  $N_6$  est représentée par le moment du torseur géométrique et des coordonnées pluckériennes de  $N_6$ .

$$Q_6 = \vec{\Omega} : M_0(N_6) + N_6 \cdot V_0(S)$$

La qualité du repérage sera d'autant meilleure que  $Q_6$  sera grand.

On peut en effet montrer les deux conséquences suivantes :

- a) Le point  $A_6$  est d'autant plus loin de l'axe de viration que  $Q_6$  est grand.
- b) La normale  $N_6$  s'oppose d'autant plus frontalement au mouvement que  $Q_6$  est grand. A la limite  $V(A_6)$  est colinéaire à  $N_6$  et de sens contraire.

Ceci correspond exactement à la règle de Maxwell.

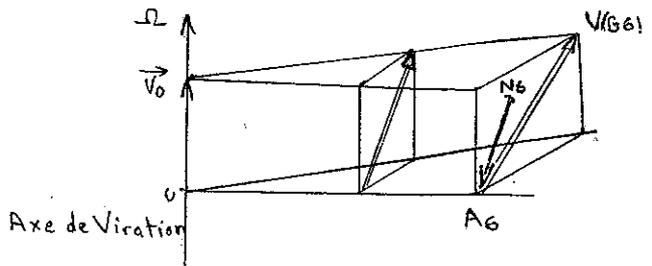


Fig. 3

En opérant de même pour toutes les normales on peut alors définir une séquence de 6 coefficients de qualité  $Q_i$  pour  $i = 1, 2, \dots, 6$ . Cette séquence définit alors complètement les propriétés du montage considéré.

Ces coefficients se calculent aisément en fonction des coordonnées des points  $A_i$  et des composantes des vecteurs  $N_i$ . Si l'on pose :

$$A_i \begin{cases} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{cases} \quad N_i \begin{cases} a_i \\ b_i \\ c_i \end{cases}$$

$$M_0(N_i) = \vec{OA}_i \wedge N_i = L_i \vec{x} + M_i \vec{y} + N_i \vec{z}$$

on obtient par exemple pour  $Q_6$ .

Les autres coefficients  $Q_i$  s'obtiennent de la même manière en remplaçant à chaque fois la ième ligne du tableau des coordonnées pluckériennes par une ligne de 1. Ceci explique le choix du représentant de la classe du torseur géométrique considéré.

$$Q_6 = \frac{\begin{vmatrix} L_1 & M_1 & N_1 & a_1 & b_1 & c_1 \\ L_2 & M_2 & N_2 & a_2 & b_2 & c_2 \\ L_3 & M_3 & N_3 & a_3 & b_3 & c_3 \\ L_4 & M_4 & N_4 & a_4 & b_4 & c_4 \\ L_5 & M_5 & N_5 & a_5 & b_5 & c_5 \\ L_6 & M_6 & N_6 & a_6 & b_6 & c_6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} L_1 & M_1 & N_1 & 1 & 1 & 1 \\ L_2 & M_2 & N_2 & 1 & 1 & 1 \\ L_3 & M_3 & N_3 & 1 & 1 & 1 \\ L_4 & M_4 & N_4 & 1 & 1 & 1 \\ L_5 & M_5 & N_5 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{\Delta}{J_6}$$

Fig. 4

On obtient ainsi un moyen très simple d'opter entre plusieurs solutions, en utilisant simplement un mini ordinateur de table. Rappelons qu'un coefficient  $Q_i$  faible correspond à une force de contact élevée et à une mauvaise mise en position. Inversement lorsque  $Q_i$  est grand la force de contact est faible et la mise en position est bonne.

## OPTIMALISATION D'UN MONTAGE D'USINAGE

A présent que nous disposons d'un critère d'optimalité, il faut établir un algorithme d'optimalisation. Le problème est très complexe car il s'agit de faire croître simultanément 6 fonctions non linéaires. L'algorithme que nous proposons est entièrement original, mais nous tenons à préciser que contrairement à ce qui précède il n'est pas encore opérationnel. Nous travaillons à sa mise au point en collaboration avec M. Gilet déjà cité et le service de recherche opérationnelle du Laboratoire Central de l'Armement.

Il s'agit de rendre les  $Q_i$  aussi grands que possible sur une pièce donnée. On dira que la solution est optimale **LORSQU'IL N'EST PLUS POSSIBLE D'AUGMENTER UN DES  $Q_i$  SANS DIMINUER UN  $Q_k$ .** (Optimalité au sens de Pareto).

Nota : Selon le problème posé, on pourra souvent se limiter à l'optimalisation de quelques  $Q_i$  seulement.

Chaque  $Q_i$  est une fonction de 12 variables indépendantes que l'on peut représenter dans  $R^{12}$  comme une surface équipotentielle de potentiel  $Q_i$ .

$$Q_i = F_i(x_1, x_2, \dots, x_{12}).$$

Chacune de ces 6 équipotentielles passent par le point  $K$  de  $R^{12}$  représentant la position initiale choisie. On sait que le vecteur gradient en un point d'une surface équi-

potentielle est orienté dans le sens des équipotentielles croissantes.

Par conséquent si l'on considère l'une des fonctions  $F_i$ , on aura une augmentation du potentiel  $Q_i$ , si l'on passe du point initial  $K$  au point final voisin  $K'$  par le chemin  $KK'$  tel que :

$$\vec{k} = \vec{k}' + \lambda \text{grad } F_i \quad \lambda_i \geq 0$$

Un tel déplacement entraînera une augmentation simultanée des autres  $Q_j$  si et seulement si :

$$\text{grad } F_i \cdot \text{grad } F_j \geq 0 \quad j \text{ et } i$$

Ce qui revient à dire que dans  $R^{12}$  tous les vecteurs gradients doivent être compris à l'intérieur d'un cône

$$\text{d'angle au sommet } \frac{\pi}{2}.$$

Dans le cas contraire l'optimum est atteint.

Le chemin le plus court pour passer d'une équipoten-

tielle à une autre est le long du gradient  $kk' = \lambda_i \text{grad } F_i$ , dans lequel  $\lambda_i$  est arbitraire positif, tant que l'on reste à l'intérieur du domaine de variation des points  $A_i$ . Mais évidemment ce n'est pas le chemin le plus court pour les autres équipotentielles. Le déplacement

$kk'$  le plus général que l'on peut donner est de la forme :

$$KK' = \lambda_1 \text{grad } F_1 + \lambda_2 \text{grad } F_2 + \lambda_3 \text{grad } F_3 + \dots + \lambda_6 \text{grad } F_6$$

On dispose donc de 6 constantes arbitraires pour donner un déplacement dans le sens de l'optimalité compatible avec les frontières des différents domaines de variations. Si l'on désigne par  $P_{ix}$  et  $P_i$  les distances du point  $A_i$  à sa frontière dans la direction  $KK'$ , on voit que les  $\lambda_i$  doivent vérifier le système d'inéquations :

$$\begin{cases} \lambda_1 \text{grad } F_1 x + \dots + \lambda_6 \text{grad } F_6 x \leq P_{ix} \\ \lambda_1 \text{grad } F_1 y + \dots + \lambda_6 \text{grad } F_6 y \leq P_{iy} \\ \dots \\ \lambda_1 \text{grad } F_1 y + \dots + \lambda_6 \text{grad } F_6 y \leq P_{6y} \\ \lambda_1 \geq 0 \quad \lambda_2 \geq 0 \quad \lambda_3 \geq 0 \\ \lambda_4 \geq 0 \quad \lambda_5 \geq 0 \quad \lambda_6 \geq 0 \end{cases}$$

On procède ainsi par itérations successives, en recalculant à chaque pas les nouvelles valeurs des  $Q_i$ . Le problème est considéré comme ayant une solution optimale lorsqu'il n'est plus possible de trouver des  $\lambda_i$  satisfaisant le système d'inéquations (toutes les frontières sont atteintes) ou lorsque les 6 vecteurs gradients ne sont plus à l'intérieur du cône d'angle au

sommet  $\frac{\lambda}{2}$  (diminution de l'un des  $Q_i$ ). ■

P. BOURDET et A. CLEMENT