

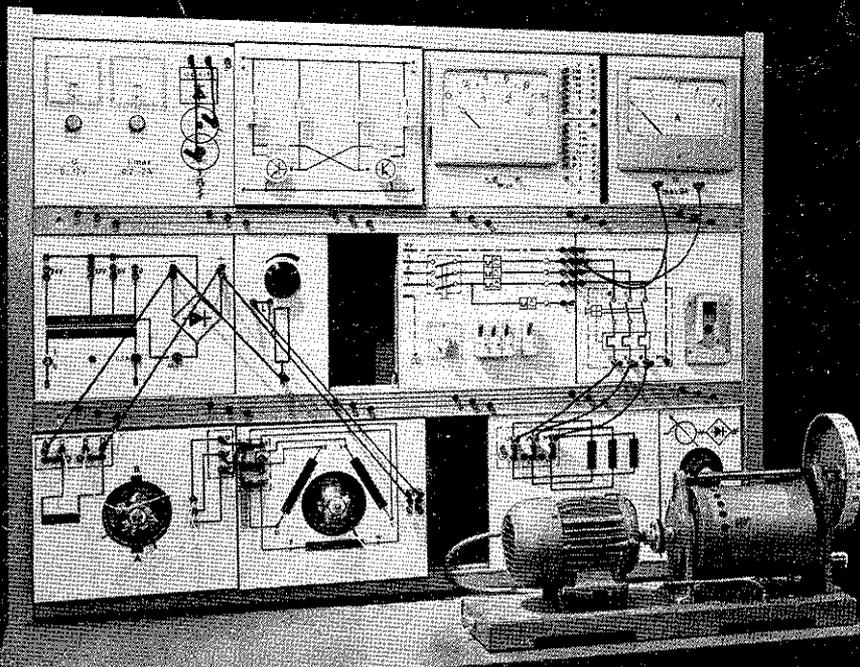
L'INGÉNIEUR et le technicien DE L'ENSEIGNEMENT TECHNIQUE

N° 180 - NOVEMBRE-DECEMBRE 1973

Voir sommaire page 3

28^e ANNÉE

ENSEIGNEMENT DE L'ELECTROTECHNIQUE ET DE L'ELECTRONIQUE



PROGRAMMES

(livrés avec fichiers d'expériences)

- ELECTROPHYSIQUE
- MACHINES DEMONTABLES
- MACHINES A COURANT FORT
- ELECTRICITE de construction
- ELECTRICITE automobile
- ELECTRONIQUE
- TECHNIQUE DIGITALE

LH SOGEV

LEYBOLD-HERAEUS-SOGEV S.A.

ZONE INDUSTRIELLE B.P. 42

91401 ORSAY

Tél. 907.64.00

CEPTE
BIBLIOTHEQUE

Les chaînes de cotes de fabrication

par
P. Bourdet,
Professeur à l'E.N.S.E.T.

L'obtention d'une cote C définie par un contrat de

Bureau d'étude, est dans certains cas de fabrication réalisée à partir de plusieurs cotes intermédiaires (C_1, C_2, \dots, C_n) selon une fonction connue $C = f(C_1, C_2, \dots, C_n)$. On dit que l'on effectue un transfert de cotes.

Une logique élémentaire incite à croire que la fonction précédente est dans tous les cas une chaîne de cotes au sens où on l'utilise habituellement au Bureau d'étude, c'est-à-dire que cette fonction peut être différenciée sans difficulté en considérant les cotes C_1, C_2, \dots, C_n comme des variables indépendantes.

En réalité les variables C_1, C_2, \dots, C_n sont elles-mêmes des fonctions de paramètres qui peuvent être communs. On ne peut donc les considérer dans le cas général comme des variables indépendantes.

On se propose de définir ici les formes de ces relations.

I - Terminologie :

On définira le mot « dimension » dans un système d'unité donné, comme étant un élément de \mathbb{R} correspondant à une mesure faite sur une pièce réelle.

Le mot « cote » exprimera un ensemble de nombres réels constituant un intervalle \mathbb{R} . Le mot « cote de fabrication » étant réservé pour définir un ensemble de dimensions.

Une suite d'usinages, exécutés sans démontage de la pièce sur une machine-outil, c'est-à-dire au cours d'une même sous-phase, définit deux types de dimensions :

— Le type : dimension entre deux surfaces usinées dans la même sous-phase.

— Le type : dimension entre une surface usinée, et une surface non usinée dans cette sous-phase. Au sens large on dira que cette surface non usinée est une « surface brute » pour la phase considérée (surface obtenue antérieurement à l'instant considérée).

Sur une série de pièces on observe une variation des dimensions. Chaque variation est définie par une cote de fabrication C_f , donnée dans un système dit à « cote moyenne », par l'étendue IT de la variation de dimensions ($IT = D_{\text{maxi}} - D_{\text{mini}}$ et une dimension moyenne $D_m = \frac{D_{\text{maxi}} + D_{\text{mini}}}{2}$), tel que $C_f = D_m \pm \frac{IT}{2}$

II - Problème général :

Sur un lot de pièces, soient trois surfaces S_1, S_2, S_3 dont les cotes de fabrication liant les ensembles de coupes de surfaces S_1, S_2, S_1, S_3 et S_2, S_3 sont

$$C_1 = D_1 m \pm \frac{IT_1}{2} \quad C_2 = D_2 m \pm \frac{IT_2}{2}$$

$$C_3 = D_3 m \pm \frac{IT_3}{2}$$

(Fig. 1)

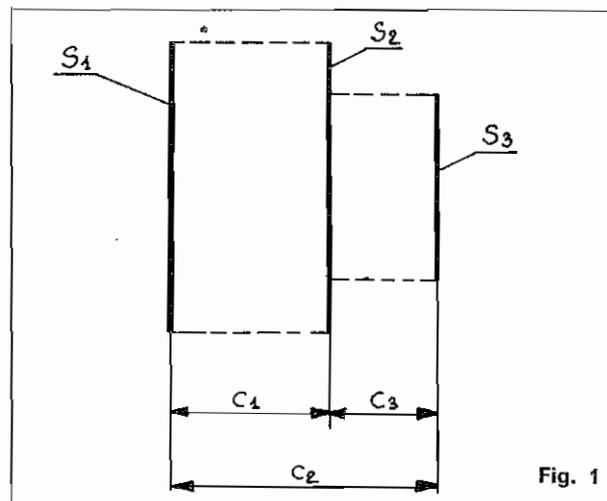


Fig. 1

Les formes autres que S_1 , S_2 , S_3 sont déterminées par un dessin de définition.

Les cotes de fabrication C_1 , C_2 , C_3 forment une boucle fermée de cotes. On se propose de déterminer les relations liant C_1 , C_2 , C_3 .

La surface S_1 , « usinée » antérieurement à l'instant considérée, est une « surface brute ».

III - Hypothèses générales :

Hypothèses générales permettant de construire le modèle d'indépendance des cotes L_1 , L_2 , L_3 (voir figure 2).

— L'équilibre thermique de l'ensemble, machine-outil, pièce, outil, est atteint.

— Les pièces sont prises au hasard. (La variation des efforts de coupe, la variation de mise en position des pièces sur la machine-outil deviennent aléatoires).

— Les variations de mise en position des chariots sur les butées respectives sont aléatoires et indépendantes du temps.

— L'usure de l'outil est une fonction linéaire de la longueur de copeau, pour des conditions de coupe déterminées.

IV - Étude de l'usinage des deux surfaces S_2 et S_3

A) Première solution envisagée :

Les deux surfaces S_2 et S_3 sont usinées au cours de la même sous-phase, c'est-à-dire sans démontage de la pièce.

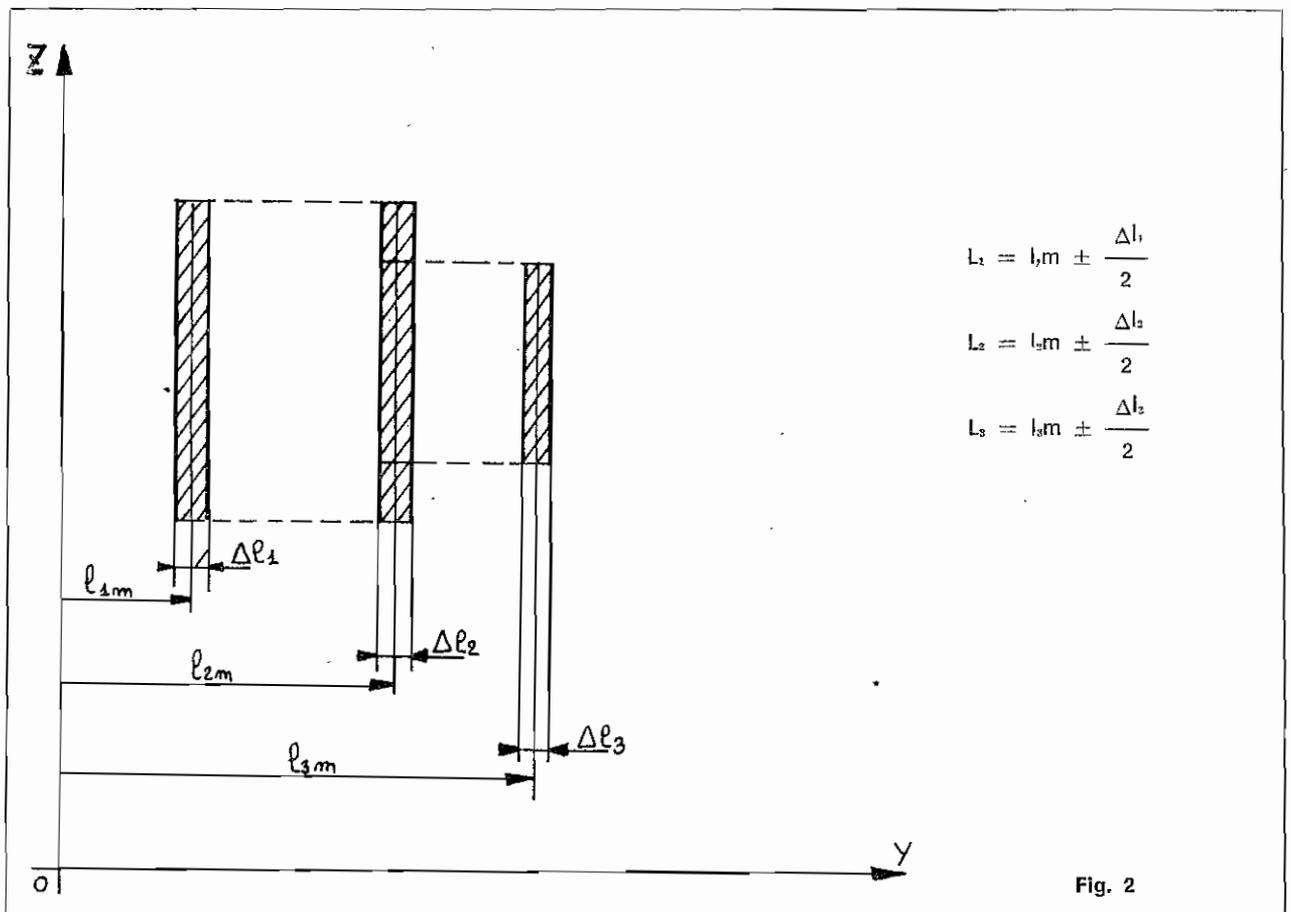
La suite des opérations sera :

- 1) Mise en position de la pièce sur la machine-outil.
- 2) Usinage de la surface S_2 , la mise en position relative de l'outil et de la pièce est réalisée par une première butée de la machine-outil et une cinématique adaptée.
- 3) Usinage de la surface S_3 , la mise en position relative de l'outil et de la pièce est réalisée par une deuxième butée de la machine-outil et une cinématique adaptée.
- 4) Démontage de la pièce.

Evolution de la production en fonction du numéro d'ordre de la pièce (Fig. 3).

Dans un repère fixe oxy lié en un point de la machine-outil modélisée en solide élastique on dit que :

- 1) L'ensemble des surfaces S_1 prendra successivement au cours de la production différentes positions limitées



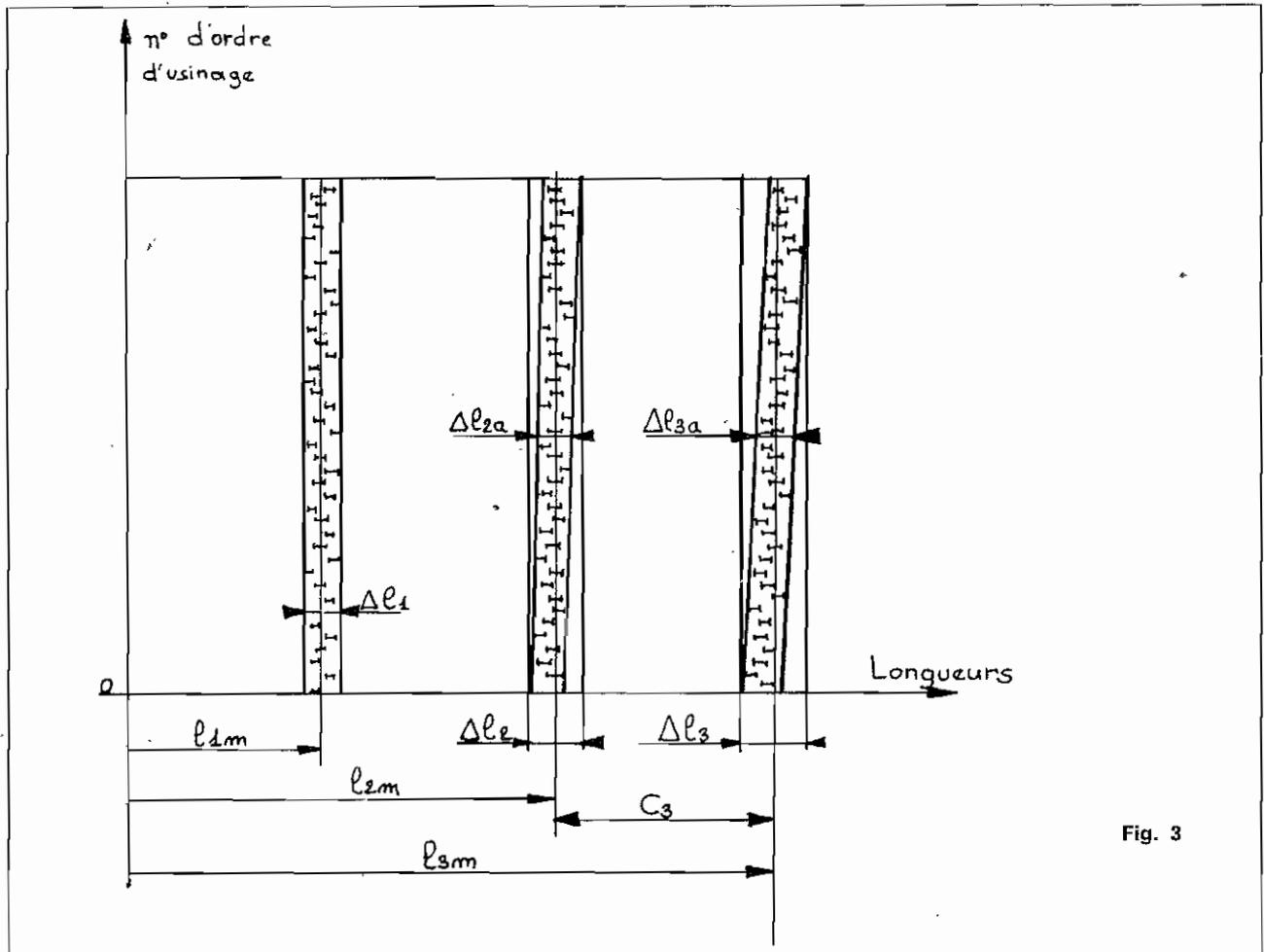


Fig. 3

par deux plans parallèles distants de Δl_1 , à une distance moyenne l_{1m} de l'axe oz (Fig. 2 et 3).

Δl_1 est l'étendue des dispersions aléatoires introduites par « la prise de pièce » et « la machine-outil ».

- La dispersion due à la prise de pièce dépend entre autre :
- des variations des dimensions des différentes pièces;
- des variations des déformations locales des Surfaces de contact entre la pièce et la prise de pièce.
- La dispersion due à la machine-outil dépend entre autre :
- des variations de position dans les différentes liaisons mécaniques;
- des variations de déformation des éléments de la machine.

On définit ainsi la cote $L_1 = l_{1m} \pm \frac{\Delta l_1}{2}$

2) L'ensemble des surfaces S_2 prendra successivement au cours de la production différentes positions limitées par deux plans parallèles distants de Δl_2 à une distance moyenne l_{2m} de l'axe OZ (Fig. 2).

Δl_2 est l'étendue des dispersions introduites par la « machine-outil » et « l'usure de l'outil ».

- La dispersion due à la machine-outil est aléatoire, on en notera l'étendue par Δl_{2a} , et dépend entre autre :
- des variations dans la répétitivité de mise en position du chariot sur la première butée;
- des variations de position dans les différentes liaisons mécaniques;
- des variations de déformation des éléments de la machine-outil, du porte-outil, du corps de l'outil...
- La dispersion due à l'usure de l'outil est une fonction linéaire de la longueur de copeau $k_2 l_c$. Cette fonction est connue pour des conditions de coupe bien définies.

On définit ainsi la cote $L_2 = l_{2m} \pm \frac{\Delta l_2}{2}$

avec $\Delta l_2 = \Delta l_{2a} + K_2$
 $K_2 = k_2 x$ (longueur de copeaux pour l'usinage de toutes les surfaces S_2).

3) De la même façon on obtiendra la dimension moyenne l_{3m} d'étendue globale Δl_3 , l'étendue des dispersions aléatoires Δl_{3a} et la dispersion due à l'usure de l'outil ($k_3 l_c$).

On définit ainsi la cote $L_3 = l_{3m} \pm \frac{\Delta l_3}{2}$

avec $\Delta l_3 = \Delta l_{3a} + K_3$
 $K_3 = k_{3x}$ (longueur de copeaux pour l'usinage de toutes les surfaces S_3).

$$L_1 = l_{1m} \pm \frac{\Delta l_1}{2}$$

$$L_2 = l_{2m} \pm \frac{\Delta l_2}{2}$$

$$L_3 = l_{3m} \pm \frac{\Delta l_3}{3}$$

Si on représente sur un graphique l'évolution des longueurs l_1, l_2, l_3 en fonction du n° d'ordre d'usinage de la pièce (fig. 3).

On remarque que la position des bornes de la dispersion possible pour chaque longueur l_i définissent la cote L_i est indépendante du n° d'ordre de la pièce dans la série. Par contre, les enveloppes des dispersions des cotes L_2 et L_3 sont des fonctions linéaires, dépendantes du n° d'ordre de la pièce par suite :

— La cote L_1 est indépendante de la cote L_2 et de la cote L_3 .

Les cotes C_1 et C_2 auront dans l'exemple de la figure 3 des intervalles de la forme :

- (1) $IT_1 = \Delta l_1 + \Delta l_{2a} + K_2$
- (2) $IT_2 = \Delta l_1 + \Delta l_{2a} + K_3$

— Les cotes L_2 et L_3 sont dépendantes du n° d'ordre de la pièce, la cote C_3 aura dans l'exemple de la figure 3 un intervalle de la forme

- (3) $IT_3 = \Delta l_{2a} + \Delta l_{3a} + (K_3 - K_2)$

avec dans l'exemple choisi : $K_3 > K_2$ et même sens de variation d'usure des outils.

Dans une étude rigoureuse, on utilise ce premier modèle définissant les trois relations (1), (2) et (3).

La non indépendance linéaire des deux cotes L_2 et L_3 ne permet pas d'appliquer les relations des chaînes de cotes à la chaîne $C_3 = (L_2, L_3)$, $IT_3 \neq \Delta l_2 + \Delta l_3$

Chaque cas d'usinage donnera suivant les longueurs de copeaux des surfaces S_2 et S_3 , et le sens des usures, des solutions différentes pour IT_3 allant de $IT_3 = \Delta l_{2a} + \Delta l_{3a}$ (même sens d'usure et $K_3 = K_2$) à $IT_3 = \Delta l_2 + \Delta l_3$ (sens d'usure opposé). D'autre part, dans de nombreux cas la différence $(\Delta l_2 - \Delta l_{2a})$ est faible devant Δl_{2a} .

En conséquence : en première approximation on construit un modèle plus simple en considérant que les longueurs l_2 et l_3 peuvent prendre toutes valeurs dans les intervalles Δl_2 et Δl_3 indépendamment du n° d'ordre de la pièce (Fig. 4).

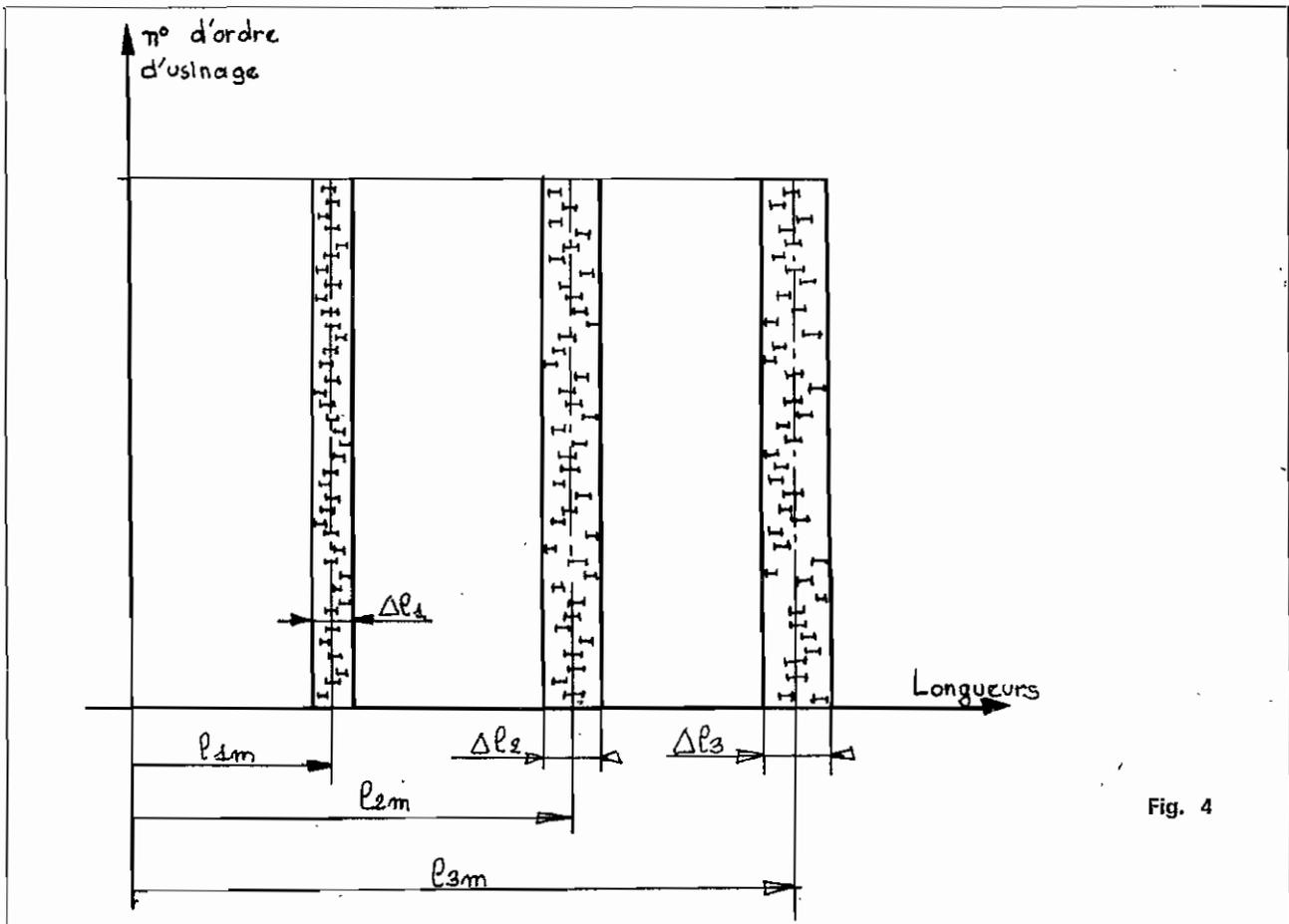


Fig. 4

Dans ce modèle les cotes L_1, L_2, L_3 sont indépendantes.

Hypothèse complémentaire : (hypothèse de non indépendantes des cotes C_1 et C_2).

Pour chaque pièce de la série, la position de la surface S_1 au cours de l'usinage des surfaces S_2 et S_3 , reste invariante.

Cette hypothèse est vérifiée dans le cas général. Expérimentalement on contrôle la validité de cette hypothèse par un coefficient de corrélation linéaire entre les dispersions des cotes C_1 et C_2 .

Chaines de cotes de Fabrication :

On peut définir à partir des cotes indépendantes L_1, L_2, L_3 les cotes C_1, C_2, C_3 appartenant aux trois chaînes de cotes :

- $C_1 = (L_1, L_2)$
- $C_2 = (L_1, L_3)$
- $C_3 = (L_2, L_3)$

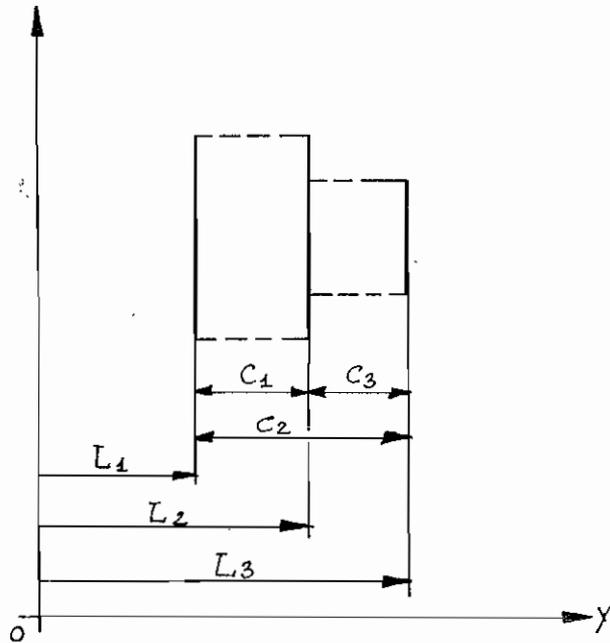


Fig. 5

Et écrire les relations classiques :

- (4) $IT_1 = \Delta l_1 + \Delta l_2 \quad d_{1,m} = l_{2,m} - l_{1,m}$
- (5) $IT_2 = \Delta l_1 + \Delta l_3 \quad d_{2,m} = l_{3,m} - l_{1,m}$
- (6) $IT_3 = \Delta l_2 + \Delta l_3 \quad d_{3,m} = l_{3,m} - l_{2,m}$

On déduit les relations entre les cotes C_1, C_2, C_3
 $d_{3,m} = d_{1,m} + d_{2,m}$

(4 + 5) + 6	$IT_3 = IT_1 + IT_2 - 2\Delta l_1$
(4 + 6) + 5	$IT_3 = IT_2 + IT_1 - 2\Delta l_1$
(5 + 6) + 4	$IT_1 = IT_2 + IT_3 - 2\Delta l_2$

On remarque que la boucle fermée des cotes C_1, C_2, C_3 n'est pas dans ce cas une chaîne de cotes ($IT_3 \neq IT_1 + IT_2$).

B) Deuxième solution envisagée :

Les deux surfaces S_2 et S_3 sont usinées dans deux sous-phases différentes.

La suite des opérations sera :

- 1) Mise en position de la pièce sur une première machine
- 2) Usinage de la surface S_2
- 3) Démontage de la pièce
- 4) Mise en position de la pièce sur une deuxième machine
- 5) Usinage de la surface S_3
- 6) Démontage de la pièce.

En utilisant le même modèle que précédemment, on définit de la même façon pour chaque sous-phase les cotes C_1 et C_2 .

Première sous-phase : (Fig. 6)

- S_1 : « Surface brute »
- S_2 : « Surface usinée »

Les cotes L_1 et L_2 sont indépendantes.

On écrit la chaîne de cotes $C_1 = (L_1, L_2)$.

Soit les relations : $d_{1,m} = l_{2,m} - l_{1,m}$
 $IT_1 = \Delta l_2 + \Delta l_1$

Deuxième sous-phase : (Fig. 7)

- S_1 : « Surface brute »
- S_3 : « Surface usinée »

Les cotes L'_1 et L_2 sont indépendantes.

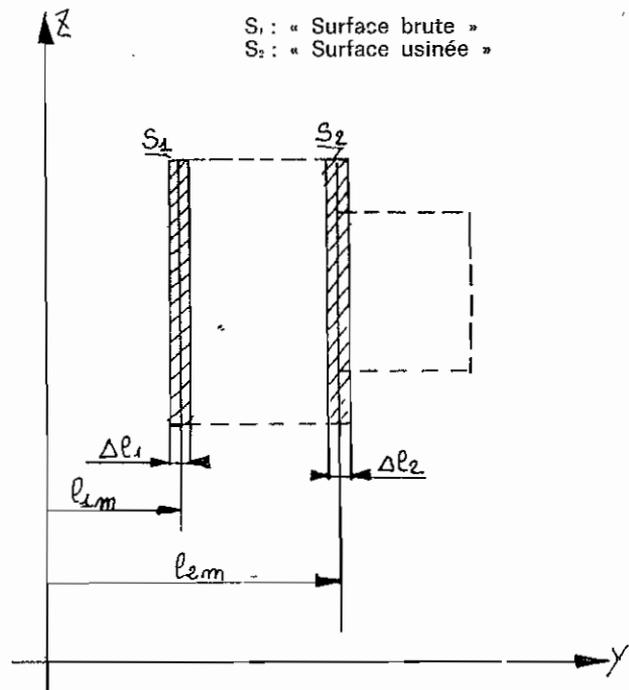
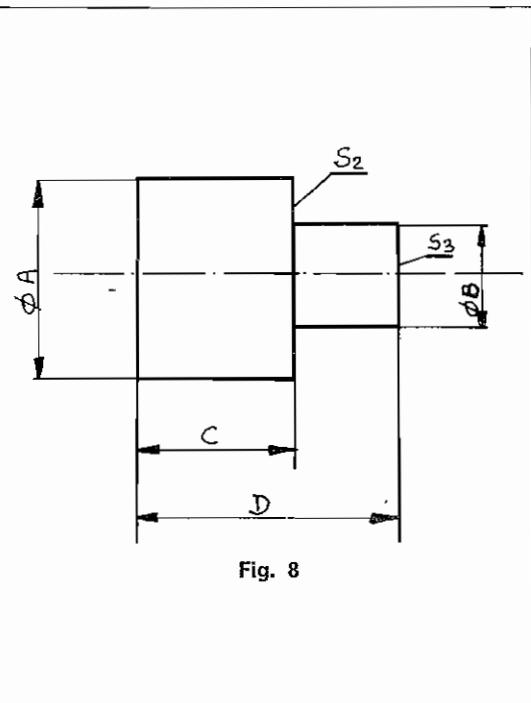
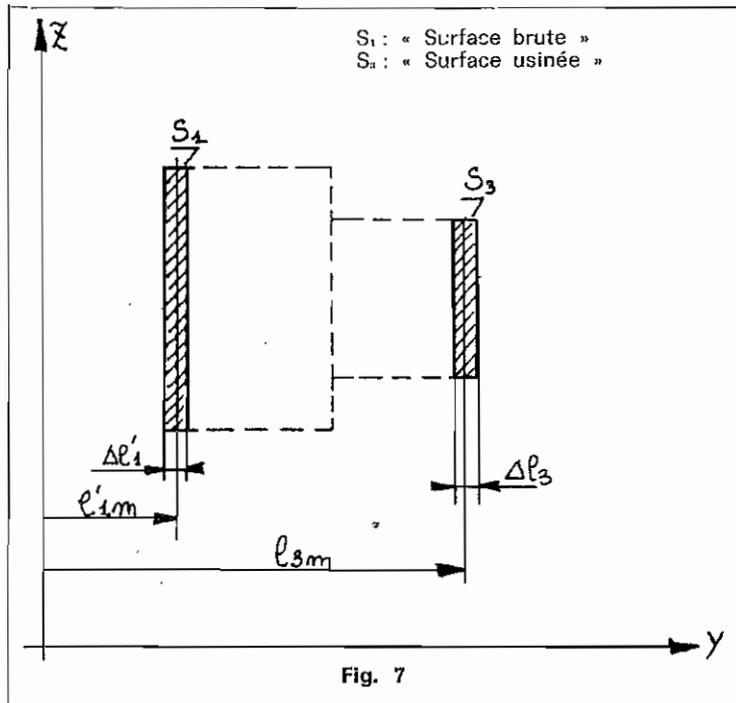


Fig. 6

On écrit la chaîne de cotes $C_2 = (L'_1, L_2)$.

Soit les relations $d_{2,m} = l_{2,m} - l'_{1,m}$
 $IT_2 = \Delta l_2 + \Delta l'_1$



Relation entre C₁, C₂, C₃

Les deux cotes C₁ et C₂ dépendent de deux couples (L₁, L₂) et (L'₁, L₃) indépendants, les cotes C₁ et C₂ sont indépendantes, et l'on peut appliquer les relations de chaînes de cotes sur la chaîne C₃ = (C₁, C₂)

$$C_{3m} = C_{2m} - C_{1m}$$

$$IT_3 = IT_2 + IT_1$$

Soit encore

$$IT_3 = \Delta l_3 + \Delta l'_1 + \Delta l_2 + \Delta l_1$$

V - Applications :

Les étendues des variations du type Δl₂, sont liées à la machine-outil et aux conditions de coupe

(Δl₂ = Δl_{2a} + K₂). Par expérimentation on définit les valeurs du type Δl_{2a}; constantes liées à la machine-outil, elles devront figurer dans un dossier machine.

L'étendue de la variation du type Δl₁ due à la prise de pièce peut être définie expérimentalement dans le cas d'appareillages standards et de pièces classiques, ou par le calcul lorsqu'il s'agit de montage d'usinage où la mise en position de la pièce est réalisée par 6 portées sphériques (modèle de la liaison contact ponctuel), actuellement un programme sur I.B.M. 1130 réalisé par nos soins donne cet intervalle.

L'utilisation systématique dans les « gammes d'usinages » de ces valeurs permet une approche plus rigoureuse et plus fine des cotes obtenues par la « pièce », la part d'empirisme se trouve réduite et permettra l'obtention automatique (par ordinateur) de gammes d'usinages optimales, à partir d'un dessin de définition, d'un parc machines disponible à un instant donné, et de critères économiques définis.

Appliquer à la réalisation des gammes par les élèves, ce modèle permet de cerner correctement les « transferts de cotes » dans une même sous-phase, ou d'une sous-phase à une autre, de faire apparaître clairement pour chaque cote usinée la part de l'étendue des dispersions aléatoires due à la machine-outil, due à la prise de pièce, et de définir rapidement la cote de réglage machine, et la fréquence d'intervention du régleur sur l'outil.

A) Exemple de détermination expérimentale des Δl :

La détermination des « Δl » est faite par contrôle d'une série de pièces en production ou sur une série d'éprouvettes.

Dans les deux cas il faudra obtenir le même nombre de relations indépendantes que d'inconnues. Pour cela on usinera deux surfaces parallèles à une surface brute de référence ou trois surfaces parallèles sans démontage de la pièce. Par mesure des trois cotes C₁, C₂, C₃ liant les trois surfaces, et une étude détaillée de l'évolution des ensembles de dimensions D₁, D₂, D₃, on définit les relations entre les étendues des dispersions aléatoires à partir des relations (1), (2), (3)

$$IT_{1a} = \Delta l_1 + \Delta l_{1a}$$

$$IT_{2a} = \Delta l_2 + \Delta l_{2a}$$

$$IT_{3a} = \Delta l_{2a} + \Delta l_{1a}$$

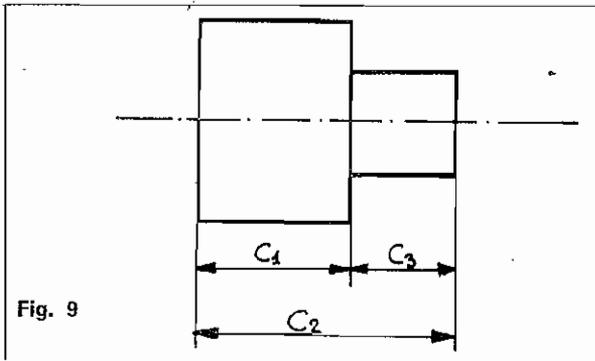
Exemple : Dispersions aléatoires sur un tour parallèle (Fig. 8).

- 1) Ebauche de 50 éprouvettes de la forme suivante en prenant soin de dégager le centre de la surface S₁ afin d'éliminer toute bavure.
- 2) Usinage des deux surfaces S₂ et S₃ en finition, les pièces sont prises au hasard puis numérotées dans l'ordre d'usinage (on se placera dans les hypothèses

faites précédemment : équilibre thermique, usure linéaire de l'outil, etc.).

On précisera le type de prise de pièce (ici liaison verrou sur $\varnothing A \pm 0,03$; butée sur la surface S_3).

On précisera le type de « butée » utilisé sur la machine-outil et le sens d'accostage (butée fixe - comparateur - vernier - guidage - etc.).



On notera en cours d'usinage tous les événements survenus (arrêt de la machine, affûtage de l'outil, lubrification, etc.).

3) Contrôle des trois cotes C_1, C_2, C_3 (Fig. 9).

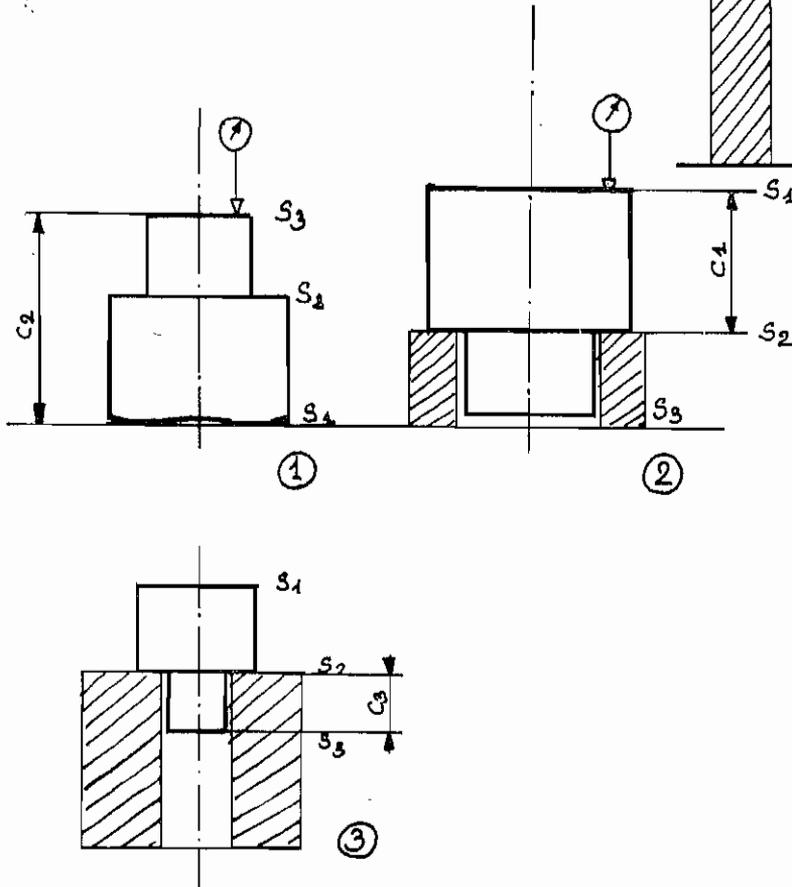


Fig. 10

Certaines précautions sont à prendre pour ne pas additionner plusieurs fois dans les mesures des défauts d'orientation et de forme de la pièce. Ce serait le cas ici si on mesure les trois cotes C_1, C_2, C_3 séparément, et en prenant appui sur la pièce pour chaque mesure sur une partie de surface différente de celle qui sert aux autres mesures.

Exemple : (Fig. 10).

La zone de surface S_1 explorée par le palpeur en (2) est différente de celle utilisée comme appui en (1).

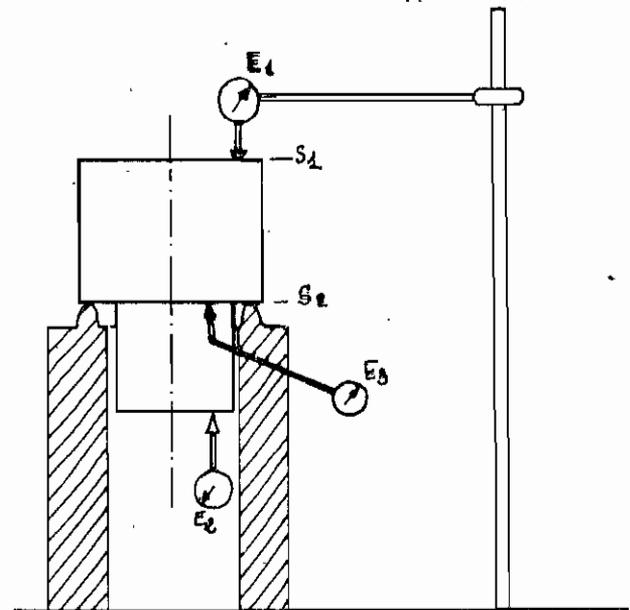


Fig. 11

On peut également éviter ce genre d'imprécision en mesurant en une seule fois les trois cotes C_1, C_2, C_3 avec un montage de contrôle prenant comme référence une des trois surfaces ici la surface F_2 (Fig. 11).

On lit sur les trois cadrans les écarts pour chaque pièce :

- E_1 mini, E_1 maxi
- E_2 mini, E_2 maxi
- E_3 mini, E_3 maxi

On en déduit pour une pièce donnée (n) les dimensions :

$$d_1 = \frac{d_1 \text{ maxi} - d_1 \text{ mini}}{2}$$

avec $d_1 \text{ maxi} = E_1 \text{ maxi} + E_2 \text{ maxi}$
 $d_1 \text{ mini} = E_1 \text{ mini} + E_2 \text{ mini}$

$$d_2 = \frac{d_2 \text{ maxi} - d_2 \text{ mini}}{2}$$

avec $d_2 \text{ maxi} = E_1 \text{ maxi} + E_2 \text{ maxi}$
 $d_2 \text{ mini} = E_1 \text{ mini} + E_2 \text{ mini}$

$$d_3 = \frac{d_3 \text{ maxi} - d_3 \text{ mini}}{2}$$

avec $d_3 \text{ maxi} = E_2 \text{ maxi} + E_3 \text{ mini}$
 $d_3 \text{ mini} = E_2 \text{ mini} + E_3 \text{ maxi}$

Pour chaque pièce on reportera sur trois graphiques les valeurs lues pour C_1, C_2, C_3 .

4) **Interprétation des résultats** : (Bibliographie : L'Ing. et le Tech. de l'E.T. - Avril 70 - Article de J. Peyrard) (Fig. 12).

a) On vérifie sur les graphiques que l'on est bien dans les hypothèses de départ. Principalement l'équilibre thermique, et l'usure constante de l'outil.

b) On ajuste le graphique en cas de dérèglement brusque en cours de production. On définit les étendues.

c) On redresse les courbes en éliminant les usures d'outil, puis dans le cas d'une étude statistique, on trace les histogrammes et l'on détermine les variances et les écarts types.

4) On vérifie le coefficient de corrélation entre les cotes C_1 et C_2 (coefficient $\geq 0,8$), et entre les cotes C_2 et C_3 (≈ 0).

Remarque : Tout ce travail fastidieux peut être simplifié par l'utilisation d'un ordinateur).

5) **Détermination des constantes $\Delta I_{1a}, \Delta I_{2a}, \Delta I_{3a}$** (Fig. 13)

a) Sur les étendues

Paramètre du montage d'usinage

$$\Delta I_{1a} = \frac{I T_{1a} + I T_{2a} - I T_{3a}}{2}$$

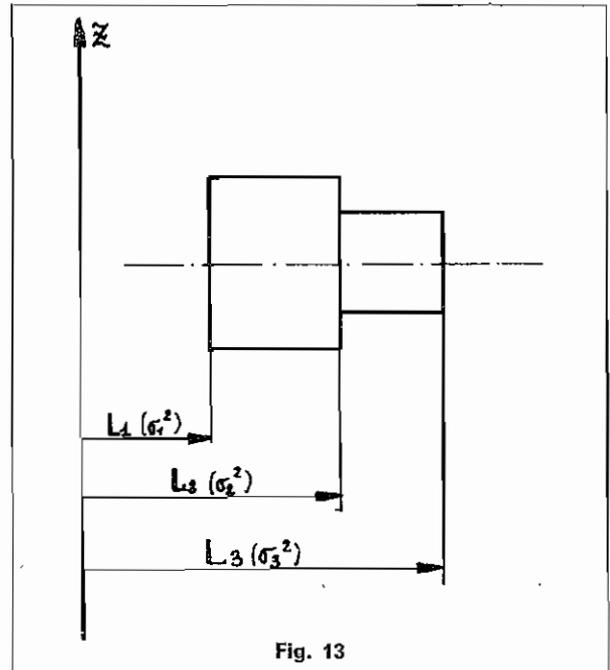


Fig. 13

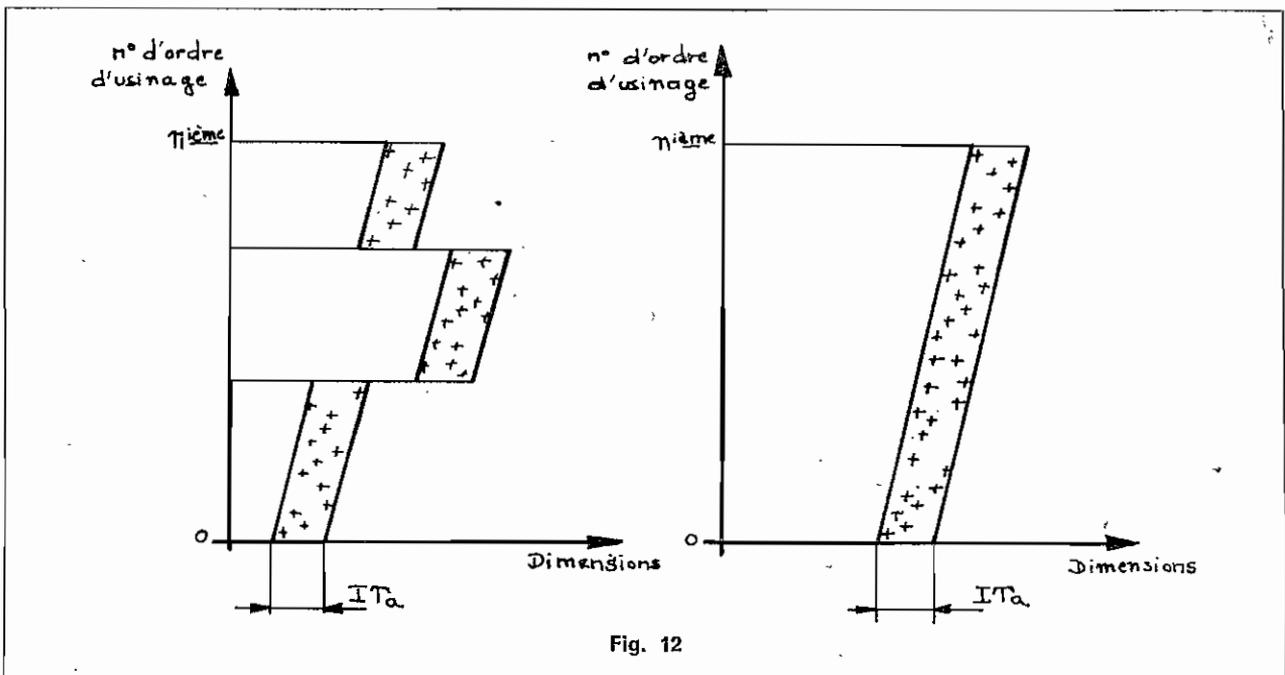


Fig. 12

Paramètres de la machine-outil

$$\Delta l_{2a} = \frac{|T_{3a} + |T_{1a} - |T_{2a}}{2}$$

$$\Delta l_{3a} = \frac{|T_{3a} + |T_{2a} - |T_{1a}}{2}$$

b) Dans le cas d'une étude statistique on peut définir de la même façon les écarts type et les variances des cotes L_1, L_2, L_3 à partir des variances $\sigma_{C_1}^2, \sigma_{C_2}^2, \sigma_{C_3}^2$ des cotes C_1, C_2, C_3 .

Relations :

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 = \sigma_{C_1}^2$$

$$\sigma_2^2 + \sigma_3^2 = \sigma_{C_2}^2$$

$$\sigma_1^2 + \sigma_3^2 = \sigma_{C_3}^2$$

Soient : les écarts types

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{C_1}^2 + \sigma_{C_2}^2 - \sigma_{C_3}^2}{2}$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_{C_2}^2 + \sigma_{C_3}^2 - \sigma_{C_1}^2}{2}$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_{C_3}^2 + \sigma_{C_1}^2 - \sigma_{C_2}^2}{2}$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{C_2}^2 + \sigma_{C_3}^2 - \sigma_{C_1}^2}{2}$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_{C_3}^2 + \sigma_{C_1}^2 - \sigma_{C_2}^2}{2}$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_{C_1}^2 + \sigma_{C_2}^2 - \sigma_{C_3}^2}{2}$$

Dans le cas d'une répartition Gaussienne et en admettant 99,73 % de dimensions dans les intervalles $\Delta l_{1a}, \Delta l_{2a}, \Delta l_{3a}$ on aura :

$$\Delta l_{1a} = 6\sigma_1, \Delta l_{2a} = 6\sigma_2, \Delta l_{3a} = 6\sigma_3$$

B) Détermination des cotes de fabrication au niveau d'une analyse d'usinage :

Voir sujet traité en annexe.

C) Détermination des « cotes de réglage » machine

Au niveau de l'étude de la sous-phase on a défini une cote du type C caractérisant la mise en position d'une surface S de la pièce dans un repère fixe lié à la machine modélisé en solide élastique.

1) La surface S est une surface usinée dans la sous-phase (Fig. 14) :

La machine-outil, et les conditions de coupe sont connues. On définit ensuite un mode opératoire propre à la morphologie de la machine-outil, pour régler l'outil.

Par exemple sur un tour :

a) Utilisation d'une cale entre le plateau monté dans le nez de broche et la pointe de l'outil.

b) Venir tangenter la pointe de l'outil sur le plateau puis déplacement du chariot d'une quantité déterminée.

Dans tous les cas il faut définir au moins un paramètre de réglage (longueur d'une cale, longueur d'un déplacement), ce paramètre est appelé « cote de réglage ».

L'évolution de la cote C est déterminée par une variation aléatoire Δl_a et l'usure de l'outil.

On peut donc définir la longueur minimum de C pour que toutes les surfaces S soient ensuite dans l'intervalle imposé Δl .

Exemple : (Fig. 15).

Problème : Mettre en place sur la machine la longueur C_m .

La longueur C_m appartient à la résultante d'une chaîne de cotes formée de la variation de position de l'appui servant de référence au réglage, et de « la cote de réglage », dans un repère fixe lié à la machine-outil modélisée en solide élastique.

