

## CHAPITRE VII

### VII - CORRECTION DES ECARTS GEOMETRIQUES D'UNE MACHINE A MESURER TRIDIMENSIONNELLE.

Les algorithmes d'identification des pièces mécaniques sont liés à un repère théoriquement orthonormé, la qualité des résultats est donc directement liée à la connaissance de la géométrie réelle du repère de mesure.

Dans le cas des mesures traditionnelles faites au marbre, le métrologue maîtrise bien la qualité de ses mesures. En effet, les distances sont toutes mesurées suivant une seule direction perpendiculaire au marbre et en référence à un empilage de cales étalons. Il n'en est pas de même dans le cas de mesures tridimensionnelles où le métrologue n'a plus cette notion intuitive de la qualité des distances mesurées. Il doit en conséquence effectuer ses mesures en faisant confiance à la machine à mesurer et par suite en vérifier périodiquement la qualité géométrique.

Ce nouveau problème du contrôle qualité ou de l'identification géométrique des machines à mesurer tridimensionnelle peut être abordé suivant deux approches complémentaires. Une première approche est basée sur une méthode globale d'évaluation de la machine ; pour cela on contrôle des étalons matérialisés avec l'ensemble des moyens de mesure de la machine, c'est-à-dire la mécanique, le palpeur, l'électronique, et les logiciels. La précision des résultats de mesure donne une bonne indication sur la classe de précision de la machine. Les étalons utilisés varient d'une méthode à l'autre, on peut recenser la barre à boules magnétiques [KUN.83], le test de circularité [KNA.83] et le dispositif T.D.S. du Laboratoire National d'Essais [SCH.86] composé de 20 étalons disposés sur un marbre orientable.

Cette méthode globale permet également de donner des indications sur l'origine et le sens de quelques défauts locaux de la machine c'est-à-dire les justesses des trois dispositifs de mesure et les défauts d'orthogonalité des trois axes de mesure. Cette première approche est bien adaptée au contrôle qualité d'une machine à mesurer. En effet cette méthode est rapide, ne nécessite pas de moyen de mesure externe à la machine, et peut être mise en oeuvre par l'utilisateur, elle met en évidence d'éventuelles erreurs géométriques de la machine mais ne permet pas de les identifier avec suffisamment de précisions pour effectuer ensuite une correction géométrique de la machine.

Une deuxième approche consiste à évaluer par mesure les différents paramètres métrologiques élémentaires et indépendants caractérisant la géométrie de la machine à mesurer [ZHA.85] et [FER.86]. Cette méthode longue à mettre en oeuvre nécessite des moyens de mesure externes à la machine ainsi que des modèles mathématiques d'identification des erreurs systématiques de mesure dans le volume. L'analyse des sources d'erreurs permet ensuite de corriger les écarts géométriques soit mécaniquement, soit par logiciel, cette méthode intéresse donc les fabricants et les services de maintenance des matériels de mesure. Nous nous proposons d'étudier cette deuxième approche en utilisant le modèle général d'identification d'une surface fabriquée définie au chapitre 3.

Une troisième approche consiste à modéliser globalement le volume de la machine par un modèle mathématique basé sur les coordonnées curviligne [CLE.81] ou le tenseur métrique [JOU.86] l'identification du modèle se fait par mesure directe d'éléments géométriques matérialisés.

### 7.1 Modèle d'identification géométrique d'une machine à mesurer tridimensionnelle.

Une machine à mesurer est le plus souvent constituée de 4 solides liés cinématiquement entre-eux par trois liaisons prismatiques d'axe  $ox$ ,  $oy$ ,  $oz$  montés en série. Un palpeur de centre de sphère de palpation  $P$  lié à l'un des solides extrêmes permet d'enregistrer les coordonnées  $x$   $y$   $z$  lues sur 3 capteurs de position placés parallèlement aux directions principales des trois prismatiques. La technologie utilisée dans la conception des machines à mesurer permet d'obtenir une grande raideur dans les liaisons et par suite de faire l'hypothèse que les comportements géométriques des différentes liaisons sont indépendants et sans hystérésis.

Les repères attachés aux différents solides sont choisis d'axes parallèles aux directions générales des trois prismatiques.

L'origine de chaque repère est prise sur une position particulière du curseur de lecture de chaque règle de mesure, ainsi nous avons :

- L'origine  $O$  attachée au marbre ( $S_0$ ) correspondant à la position zéro du curseur de la règle de mesure  $X_L$ .
- les origines  $O_1$  du chariot longitudinal ( $S_1$ ) et  $O_2$  du chariot vertical ( $S_2$ ) sont confondues avec le curseur de lecture des deux règles  $X_L$  et  $Y_L$ .
- l'origine  $O_3$  du chariot transversal ( $S_3$ ) est confondue avec la position zéro du curseur de lecture de la règle  $Z_L$ .

Si  $X_L$ ,  $Y_L$  et  $Z_L$  sont les coordonnées lues par les trois capteurs de position on a :

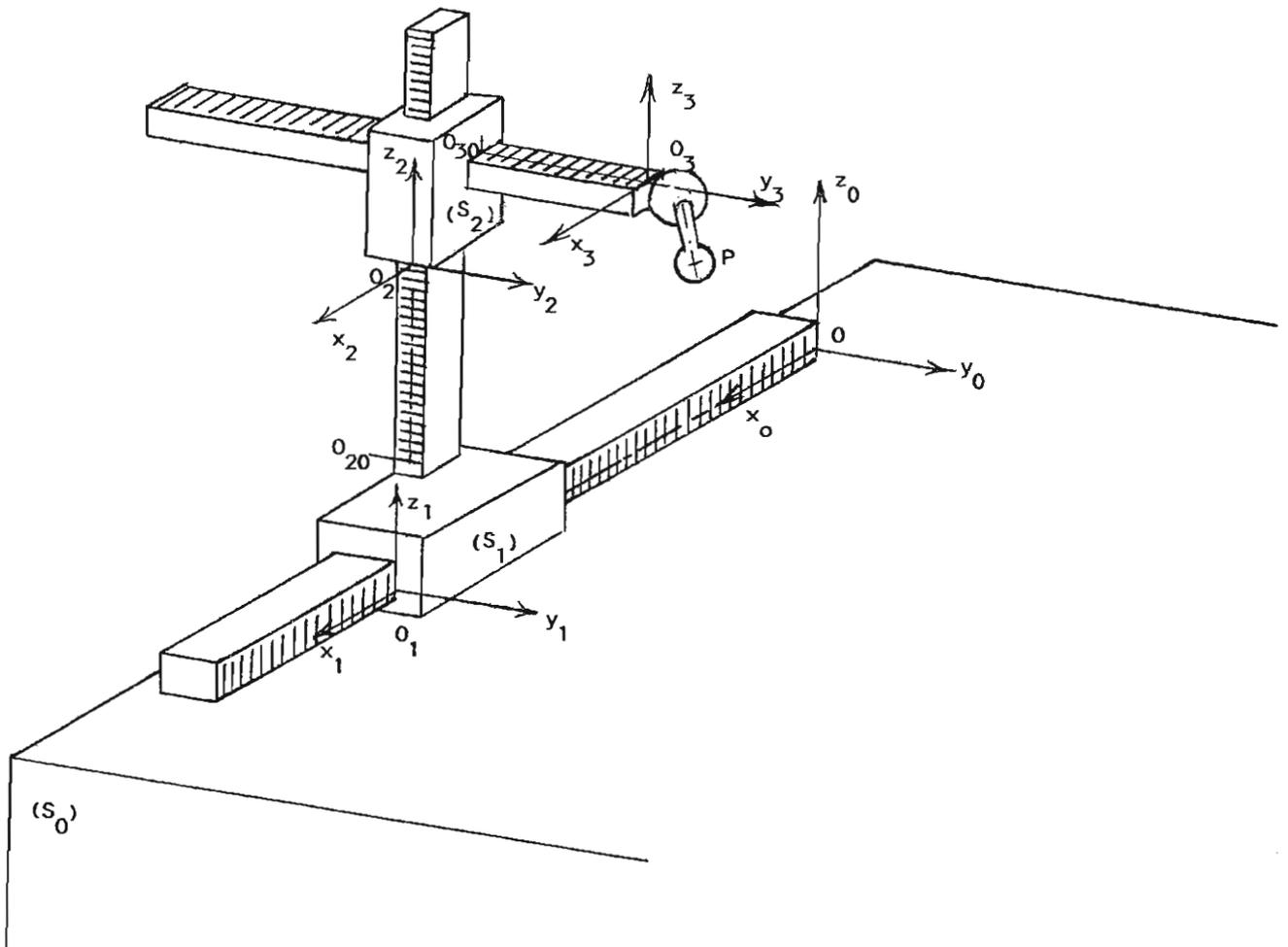
$$\vec{O_0O_1} = X_L \vec{x}_0$$

$$\vec{O_1O_2} = a_1 \vec{x}_1 + b_1 \vec{y}_1 + (c_1 + Z_L) \vec{z}_1$$

$$\vec{O_2O_3} = a_2 \vec{x}_2 + (b_2 + Y_L) \vec{y}_2 + c_2 \vec{z}_2$$

et  $\vec{O_3P} = a_3 \vec{x}_3 + b_3 \vec{y}_3 + c_3 \vec{z}_3$

où les constantes  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $c_1$ ,  $a_2$ ,  $b_2$ ,  $c_2$  sont liées à la morphologie de la machine et les constantes  $a_3$ ,  $b_3$  et  $c_3$  à celle du palpeur de mesure de centre P.



Les écarts systématiques entre les valeurs lues par les capteurs de mesure des déplacements et les coordonnées réelles du centre de la sphère de palpation sont dûs essentiellement :

- aux défauts géométriques des liaisons prismatiques entre solides.
- aux déformations des différents solides.
- aux allongements dûs aux variations de température.
- à la technologie du palpeur électronique utilisée.

### 7.1.1 Ecart systématique dûs aux défauts géométriques des liaisons prismatiques .

Le défaut géométrique systématique de chaque liaison prismatique entre deux solides  $S_j$  et  $S_{j-1}$  peut être caractérisé par un torseur de petits déplacements exprimant les 5 écarts géométriques de la liaison (3 rotations et 2 translations).

Ainsi nous avons, pour chaque liaison prismatique, les torseurs exprimés aux différentes origines  $O_1, O_2, O_3$ .

$$\text{Liaison } S_1/S_0 \quad \{\tilde{\tau}_{1/0}\}_{O_1} \quad \begin{cases} \alpha_1 [X_L] & 0 \\ \beta_1 [X_L] & v_1 [X_L] \\ \gamma_1 [X_L] & w_1 [X_L] \end{cases}$$

$$\text{Liaison } S_2/S_1 \quad \{\tilde{\tau}_{2/1}\}_{O_2} \quad \begin{cases} \alpha_2 [z_L] & u_2 [z_L] \\ \beta_2 [z_L] & v_2 [z_L] \\ \gamma_2 [z_L] & 0 \end{cases}$$

$$\text{Liaison } S_3/S_2 \quad \{\tilde{\tau}_{3/1}\}_{O_2} \quad \begin{cases} \alpha_3 [Y_L] & u_3 [Y_L] \\ \beta_3 [Y_L] & 0 \\ \gamma_3 [Y_L] & w_3 [Y_L] \end{cases} .$$

L'écart systématique de mesure résultant de la chaîne cinématique des différents solides peut être lui aussi caractérisé par un torseur exprimant le petit déplacement entre le solide porte palpeur ( $S_3$ ) et le marbre porte pièce ( $S_0$ ). Ainsi on aura la relation cinématique entre les torseurs [CLE.72]

$$\tau_{3/0} = \tau_{3/2} + \tau_{2/1} + \tau_{1/0}$$

que l'on peut exprimer au point P.

$$\text{Soit } \{\tau_{3/0}\}_P \begin{cases} \vec{R}_{3/0} \\ \vec{D}_{3/0} \end{cases}$$

Ecart dû à la petite rotation :  $\vec{R}_{3/0}$

$$\vec{R}_{3/0} \cdot \vec{x}_0 = \alpha_1 [x_L] + \alpha_2 [z_L] + \alpha_3 [y_L]$$

$$\vec{R}_{3/0} \cdot \vec{y}_0 = \beta_1 [x_L] + \beta_2 [z_L] + \beta_3 [y_L]$$

$$\vec{R}_{3/0} \cdot \vec{z}_0 = \gamma_1 [x_L] + \gamma_2 [z_L] + \gamma_3 [y_L]$$

Ecart dû au petit déplacement  $\vec{D}_{3/0}$  exprimé au point P :

$$\vec{D}_{3/0} \cdot \vec{x}_0 = u_3 [y_L] - b_3 \cdot \gamma_3 [y_L] + c_3 \cdot \beta_3 [y_L] + u_2 [z_L] - (b_2 + b_3 + y_L) \cdot \gamma_2 [z_L] + (c_2 + c_3) \cdot \beta_2 [z_L] - \\ (b_1 + b_2 + b_3 + y_L) \cdot \gamma_1 [x_L] + (c_1 + c_2 + c_3 + z_L) \cdot \beta_1 [x_L]$$

$$\vec{D}_{3/0} \cdot \vec{y}_0 = -c_3 \cdot \alpha_3 [y_L] + a_3 \cdot \gamma_3 [y_L] + v_2 [z_L] - (c_2 + c_3) \cdot \alpha_2 [z_L] + (a_2 + a_3) \cdot \gamma_2 [z_L] + v_1 [x_L] - \\ (c_1 + c_2 + c_3 + z_L) \cdot \alpha_1 [x_L] + (a_1 + a_2 + a_3) \cdot \gamma_1 [x_L]$$

$$\vec{D}_{3/0} \cdot \vec{z}_0 = w_3 [y_L] - a_3 \cdot \beta_3 [y_L] + b_3 \cdot \alpha_3 [y_L] - (a_2 + a_3) \cdot \beta_2 [z_L] + (b_2 + b_3 + y_L) \cdot \alpha_2 [z_L] + w_1 [x_L] - \\ (a_1 + a_2 + a_3) \cdot \beta_1 [x_L] + (b_1 + b_2 + b_3 + y_L) \cdot \alpha_1 [x_L]$$

### 7.1.2 Ecart de justesse des règles de mesures :

Les écarts de justesse  $\xi_x [x_L]$ ,  $\xi_y [y_L]$ ,  $\xi_z [z_L]$  sont portés par les axes orthonormés  $O\vec{x}_0$ ,  $O_3\vec{y}_3$  et  $O_2\vec{z}_2$ , le défaut d'orthogonalité entre les 3 règles est suffisamment petit pour considérer que les écarts  $\xi_x$ ,  $\xi_y$  et  $\xi_z$  sont également les écarts de justesse des trois règles de mesure.

### 7.1.3 Ecart systématique dûs aux déformations des différents solides :

La variation des positions relatives des solides ainsi que les variations de température  $[\Delta T]$  engendrent des déformations élastiques et l'allongement des différents solides. Les écarts ainsi créés peuvent être modélisés par des lois de déformation et d'allongement que l'on notera :

$$\xi_{00_1}^j [\Delta T], \quad \xi_{0_1 0_2}^j [x_L, y_L, z_L, \Delta T], \quad \xi_{0_2 0_3}^j [x_L, y_L, z_L, \Delta T]$$

avec  $j = \{x, y, z\}$ .

### 7.1.4 Ecart systématique dûs à la technologie du palpeur électronique

Les écarts systématiques dûs au palpeur ne sont plus liés aux coordonnées  $x_L$ ,  $y_L$ ,  $z_L$  de la machine mais à la direction d'accostage du palpeur sur la pièce, aussi préfère-t-on actuellement procéder à un étalonnage systématique de la position  $(a_3, b_3, c_3)$  du palpeur et du diamètre de la sphère de palpation et par suite négliger les écarts systématiques devant les autres défauts.

### 7.1.5 Expression générale des coordonnées corrigées

Les coordonnées corrigées  $x_p, y_p, z_p$  du point P centre du palpeur, exprimées dans un repère orthonormé  $\{O, \vec{x}_O, \vec{y}_O, \vec{z}_O\}$  sont les sommes de la position nominale du point P théorique et des écarts systématiques dûs à la justesse  $\xi$  des règles, à la déformation  $\delta$  des solides sous une charge Q et à la chaîne cinématique des solides.

Soit les coordonnées :

$$\begin{aligned}
 x_p &= x_L + a_1 + a_2 + a_3 + \xi_x [X_L] + \xi_{00_1}^x [\Delta T] + \delta_{0_1 0_2}^x [Y_L, Z_L, \Delta T, Q] + \delta_{0_2 0_3}^x [Y_L, \Delta T, Q] + u_3 [Y_L] - \\
 & b_3 \gamma_3 [Y_L] + c_3 \beta_3 [Y_L] + u_2 [Z_L] - (b_2 + b_3 + Y_L) \cdot \gamma_2 [Z_L] + (c_2 + c_3) \cdot \beta_2 [Z_L] - \\
 & (b_1 + b_2 + b_3 + Y_L) \cdot \gamma_1 [X_L] + (c_1 + c_2 + c_3 + Z_L) \cdot \beta_1 [X_L] \\
 y_p &= Y_L + b_1 + b_2 + b_3 + \xi_y [Y_L] + \delta_{0_1 0_2}^y [Y_L, Z_L, \Delta T, Q] + \delta_{0_2 0_3}^y [Y_L, \Delta T, Q] - c_3 \cdot \alpha_3 [Y_L] + \\
 & a_3 \cdot \gamma_3 [Y_L] + v_2 [Z_L] - (c_2 + c_3) \cdot \alpha_2 [Z_L] + (a_2 + a_3) \cdot \gamma_2 [Z_L] + v_1 [X_L] - \\
 & (c_1 + c_2 + c_3 + Z_L) \cdot \alpha_1 [X_L] + (a_1 + a_2 + a_3) \cdot \gamma_1 [X_L] \\
 z_p &= Z_L + c_1 + c_2 + c_3 + \xi_z [Z_L] + \delta_{0_1 0_2}^z [Y_L, Z_L, \Delta T, Q] + \delta_{0_2 0_3}^z [Y_L, \Delta T, Q] + w_3 [Y_L] - a_3 \cdot \beta_3 [Y_L] \\
 & + b_3 \cdot \alpha_3 [Y_L] - (a_2 + a_3) \cdot \beta_2 [Z_L] + (b_2 + b_3 + Y_L) \cdot \alpha_2 [Z_L] + w_1 [X_L] - (a_1 + a_2 + a_3) \cdot \beta_1 [X_L] + \\
 & (b_1 + b_2 + b_3 + Y_L) \cdot \alpha_1 [X_L] .
 \end{aligned}$$

Nous remarquons que pour tout point de mesure  $(X_L, Y_L, Z_L)$  et dans un repère orthogonal, les 3 défauts d'orthogonalités des axes étant choisis nuls, la connaissance de 15 écarts géométriques des trois liaisons prismatiques, des 3 écarts de justesse des règles de mesure, des 7 fonctions de déformation élastique et d'allongement des solides permet de corriger les défauts systématiques d'une machine à mesurer considérée comme un assemblage rigide de solides déformables.

## 7.2 Détermination expérimentale des écarts géométriques systématiques :

L'expérimentation a été faite sur une machine à mesurer manuelle type Trusquin de la société M.F.O. de courses 1500 X 790 X 1000. Les guidages sont réalisés par des roulements légèrement précontraints, la dimension des guidages et l'expérimentation nous a amenés à effectuer les mesures tous les 50 mm suivant les axes x ,y et tous les 25 mm suivant l'axe z. Les solides constituant la machine étant déformables nous avons, dans un premier temps, mis en évidence leurs lois de déformation avant d'effectuer, dans un deuxième temps, l'identification des 21 écarts géométriques systématiques en tenant compte des déformations introduites par les masses des appareils de mesure.

### 7.2.1 Déformation des solides constituant la machine à mesurer.

La masse des deux appareils de mesure utilisés étant de 1411 g et de 3115 g et celui du palpeur électronique de 233 g, nous avons établi point par point la carte de déformation du point  $O_3$  sous une charge variant de 0 à 1500 grammes.

L'expérimentation a montré que les déformations du marbre et de la colonne verticale sont négligeables (inférieures au micron) par contre la déformation du bras horizontal est importante (90 microns pour une masse de 1500 g et une sortie du bras de 540 mm).

Les déformations se traduisent par un petit déplacement  $\delta_{w3} [Y_L, Q]$  dû à la flèche du bras et une petite rotation  $\delta_{\alpha 3} [Y_L, Q]$  de l'angle  $\alpha_3$ .

Le tableau 0 donne les résultats expérimentaux. Le bras est constitué d'une poutre creuse précontrainte par tirants réglables, celle-ci est difficilement modélisable par une loi simple de résistance des matériaux, aussi nous avons préféré conserver un maximum de précisions en utilisant directement les valeurs expérimentales mesurées.

Les coordonnées corrigées  $X_p$ ,  $Y_p$ ,  $Z_p$  ont pour expression :

$$(1) \quad X_p = X_L + a_1 + a_2 + a_3 + \epsilon_x [X_L] + u_3 [Y_L] - b_3 \cdot \gamma_3 [Y_L] + c_3 \cdot \beta_3 [Y_L] + u_2 [Z_L] - (b_2 + b_3 + Y_L) \cdot \gamma_2 [Z_L] \\ + (c_2 + c_3) \cdot \beta_2 [Z_L] - (b_1 + b_2 + b_3 + Y_L) \cdot \gamma_1 [X_L] + (c_1 + c_2 + c_3 + Z_L) \cdot \beta_1 [X_L]$$

$$(2) \quad Y_p = Y_L + b_1 + b_2 + b_3 + \epsilon_y [Y_L] - c_3 \cdot (\alpha_3 [Y_L] - \alpha_3 [Y_L, Q]) + a_3 \cdot \gamma_3 [Y_L] + v_2 [Z_L] - (c_2 + c_3) \cdot \alpha_2 [Z_L] \\ + (a_2 + a_3) \cdot \gamma_2 [Z_L] + v_1 [X_L] - (c_1 + c_2 + c_3 + Z_L) \cdot \alpha_1 [X_L] + (a_1 + a_2 + a_3) \cdot \gamma_1 [X_L]$$

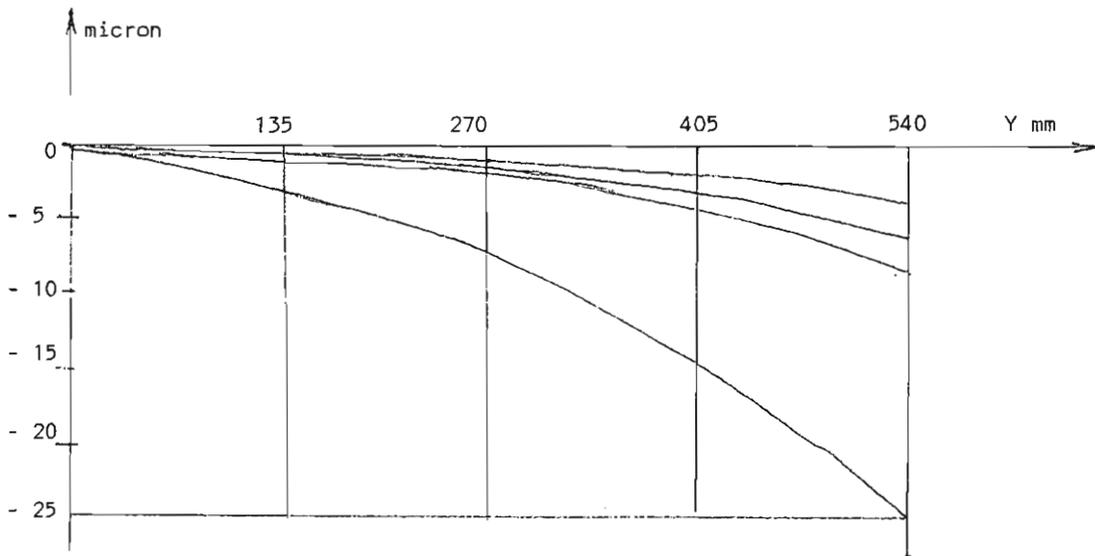
$$(3) \quad Z_p = Z_L + c_1 + c_2 + c_3 + \epsilon_z [Z_L] + w_3 [Y_L] + \delta w_3 [Y_L, Q] - a_3 \beta_3 [Y_L] + b_3 \cdot (\alpha_3 [Y_L] - \delta_{\alpha_3} [Y_L, Q]) - \\ (a_2 + a_3) \cdot \beta_2 [Z_L] + (b_2 + b_3 + Y_L) \cdot \alpha_2 [Z_L] + w_1 [X_L] - (a_1 + a_2 + a_3) \cdot \beta_1 [X_L] + (b_1 + b_2 + b_3 + Y_L) \cdot \alpha_1 [X_L]$$

avec

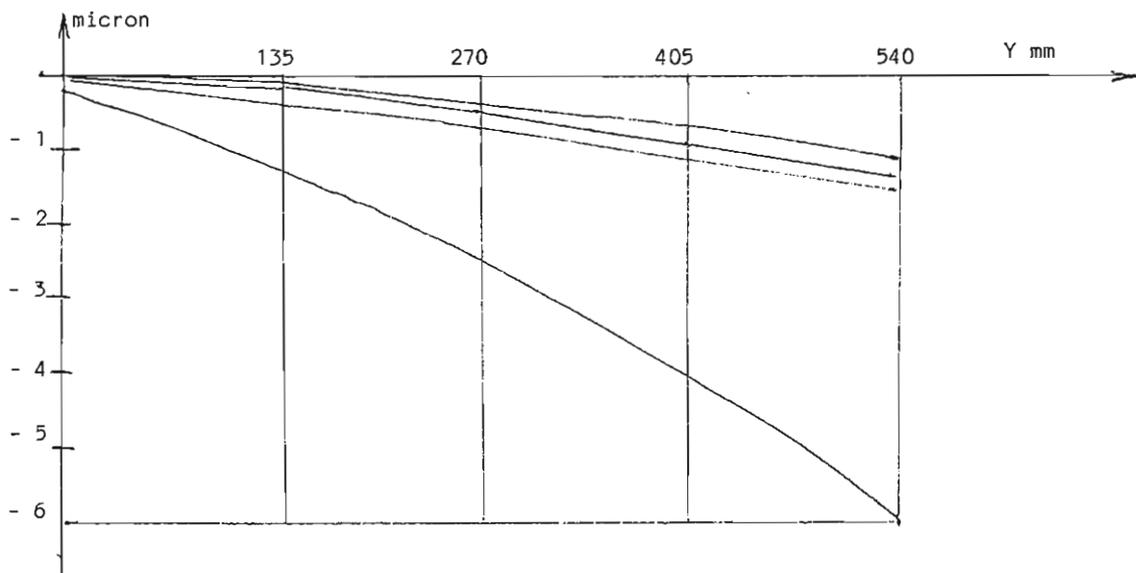
$\epsilon_i$  ;  $i = \{x, y, z\}$  défauts de justesse  
 $\alpha_j$   $\beta_j$   $\gamma_j$  ;  $j = \{1, 2, 3\}$  défauts de rectitude des 3 liaisons  
 $u_j$   $v_j$   $w_j$  ;  $j = \{1, 2, 3\}$  défauts de rectitude des 3 liaisons  
 $\delta_k$  ;  $k = \{\alpha_3, w_3\}$  déformation du solide ( $S_3$ )

Masse g	Sortie du bras Y=							
	135 mm		270 mm		405 mm		540mm	
	$\delta_{w3}$ micron	$\delta_{\alpha3}$ $\mu/100\text{mm}$	$\delta_{w3}$ micron	$\delta_{\alpha3}$ $\mu/100\text{mm}$	$\delta_{w3}$ micron	$\delta_{\alpha3}$ $\mu/100\text{mm}$	$\delta_{w3}$ micron	$\delta_{\alpha3}$ $\mu/100\text{mm}$
360	0,58	0,28	1,18	0,5	2,2	0,7	4	1
410	0,8	0,3	1,6	0,6	3,4	1	5,8	1,2
510	1	0,4	2	0,7	4,2	1,2	7,2	1,6
1580	3,4	1,4	6,6	2,3	14	4	24	6

Mesure du petit déplacement de déformation :  $\delta_{w3}$



Mesure de la petite rotation de déformation :  $\delta_{\alpha3}$



**TABLEAU 0** : Déformation du bras d'axe Y

### 7.2.2 Mesure des écarts systématiques dûs aux liaisons entre les solides :

Afin de ne prendre en compte que les sources d'erreurs dues à la géométrie de la machine, les mesures ont été effectuées avec un appareillage de métrologie extérieur à la machine, celui-ci nous a permis trois types de mesures :

- des mesures d'angles par niveaux électroniques différentiels ou interférométrie laser HP.
  
- des mesures de justesse par interférométrie laser,
  
- des mesures de rectitude par interférométrie laser ou par mesure d'une règle de référence en marbre avec un comparateur électronique.

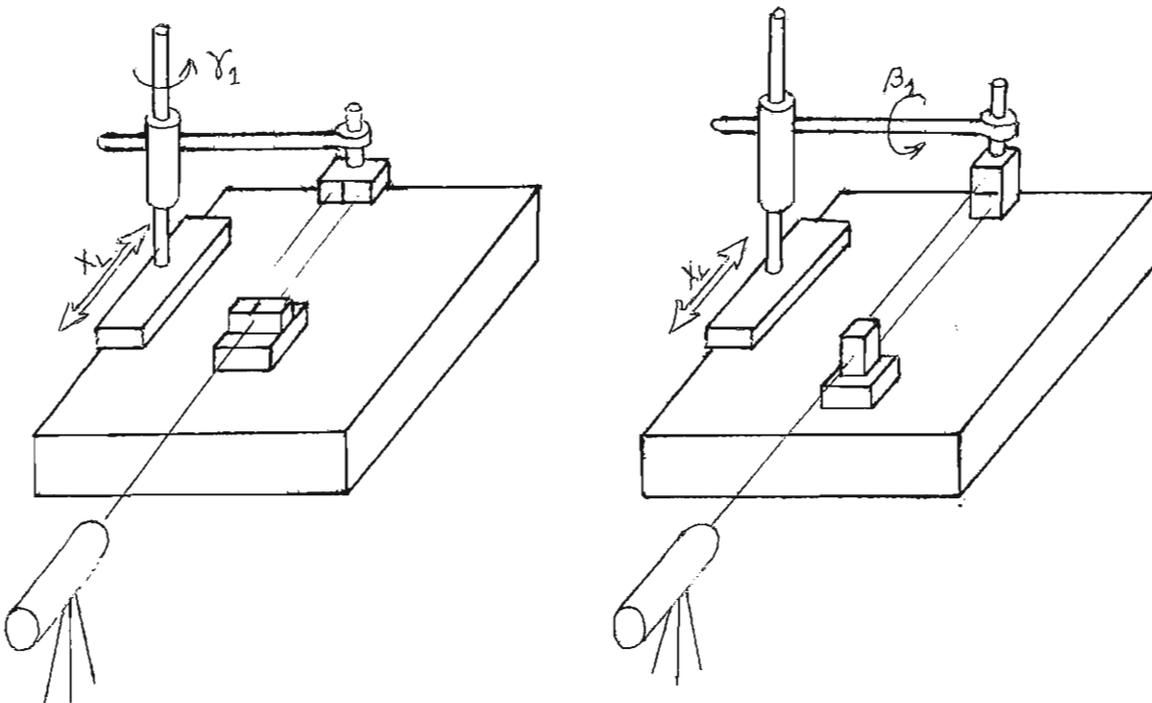
Lorsque la mesure des angles était possible celle-ci a donné directement les écarts angulaires cherchés, par contre la mesure des justesses et des rectitudes n'a permis qu'une mesure indirecte des écarts géométriques restants.

### 7.2.3 Etude détaillée de la mesure des 5 écarts géométriques de la liaison prismatique d'axe $x_0$ entre les solides $(S_0)$ et $(S_1)$ .

Les mesures ont été effectuées au pas de  $50 \text{ mm} \pm 0,005$  sur le compteur  $X_L$ .

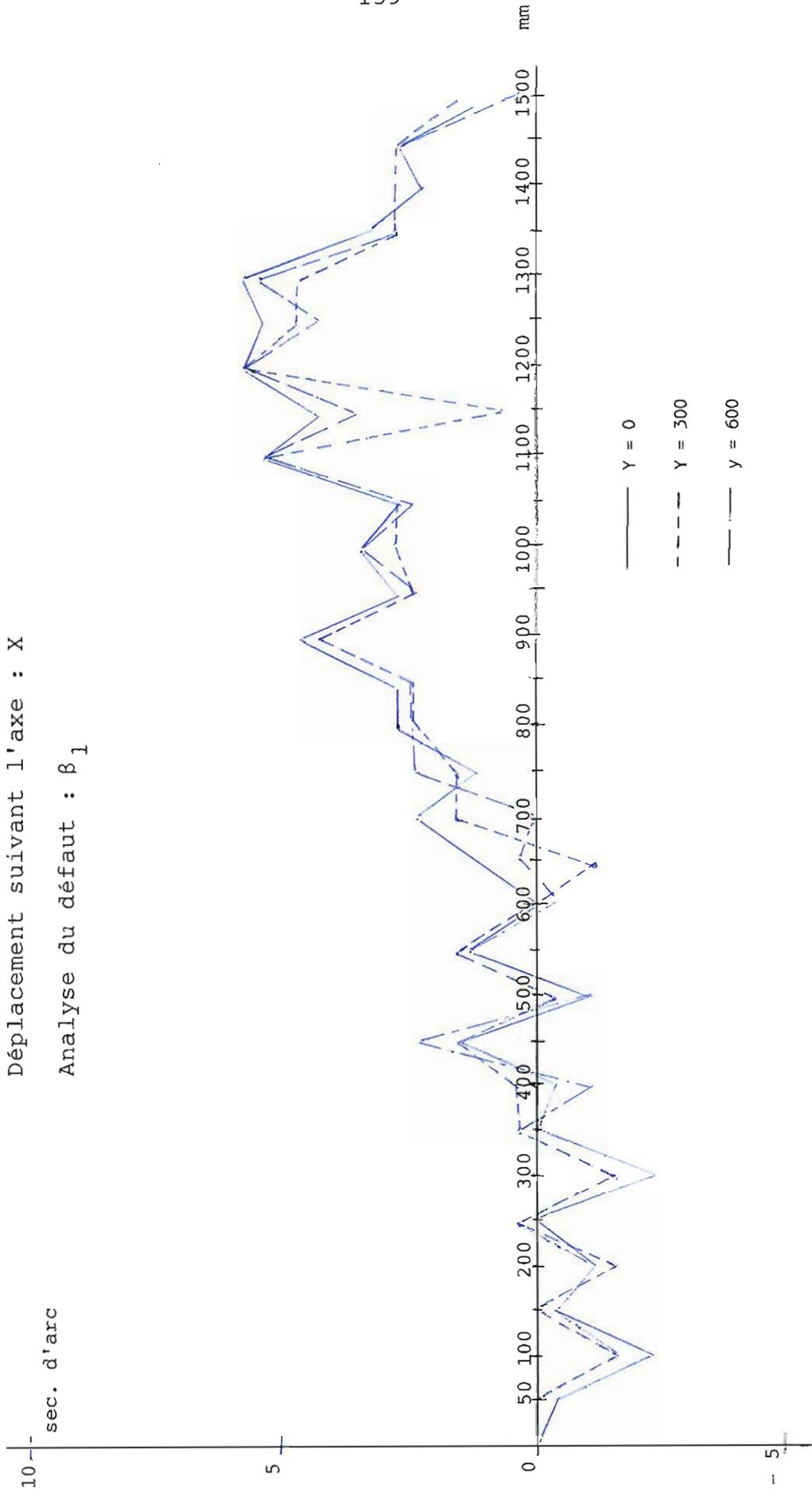
7.2.3.1 Les deux écarts angulaires  $\beta_1 [X_L]$  et  $\gamma_1 [X_L]$  sont mesurés directement par interférométrie laser, par convention les angles seront tous choisis nuls à l'origine  $X_L = 0$ .

Trois séries de mesure de chacun des deux angles ont été effectuées pour  $Y_L = 0$  ;  $Y_L = 750$  ; et  $Y_L = 1500$  mm.



Les résultats sont donnés sur les graphes 1 et 2. Sachant que 5 secondes d'arc provoque un défaut de  $25\mu$  à un mètre, les écarts  $\beta_1$  et  $\gamma_1$  ne sont pas négligeables. La faible dispersion obtenue sur les trois mesures (inférieure à  $\pm 3\mu$  sur un mètre) vérifie l'hypothèse de liaison rigide et permet de les caractériser par la moyenne des 3 écarts mesurés.

Défaut de Rotation autour de l'axe: Y  
Déplacement suivant l'axe : X  
Analyse du défaut :  $\beta_1$

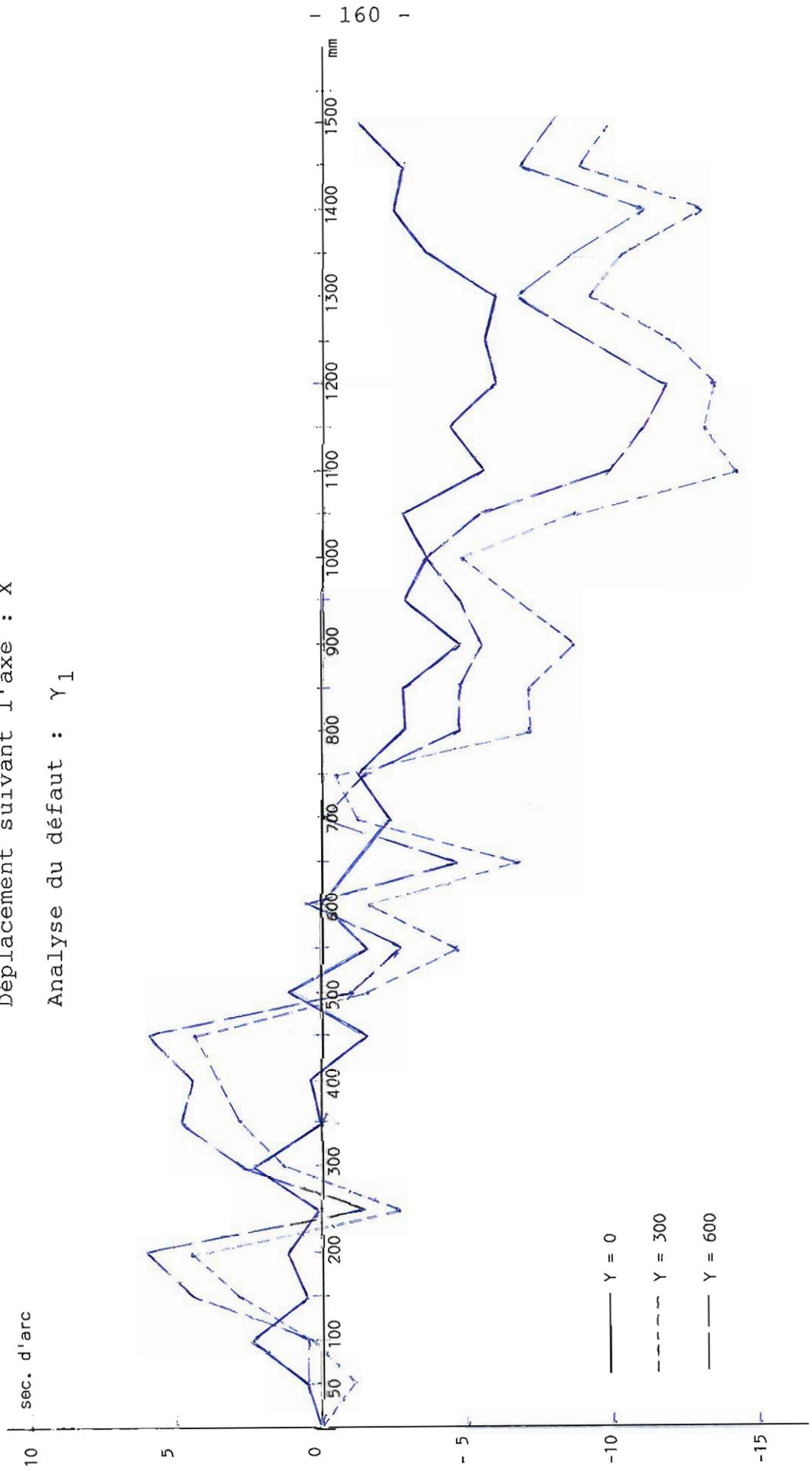


GRAPHE : 1 écart angulaire  $\beta_1$

Défaut de rotation autour de l'axe: Z

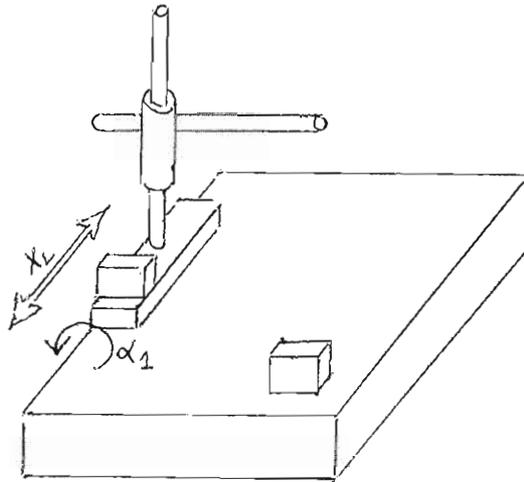
Déplacement suivant l'axe : X

Analyse du défaut :  $\gamma_1$



GRAPHE : 2 écart angulaire  $\gamma_1$

7.2.3.2 L'écart angulaire  $\alpha_1$  a été obtenu par mesure différentielle de deux niveaux électroniques placés l'un sur le marbre, l'autre sur le solide ( $S_1$ ).

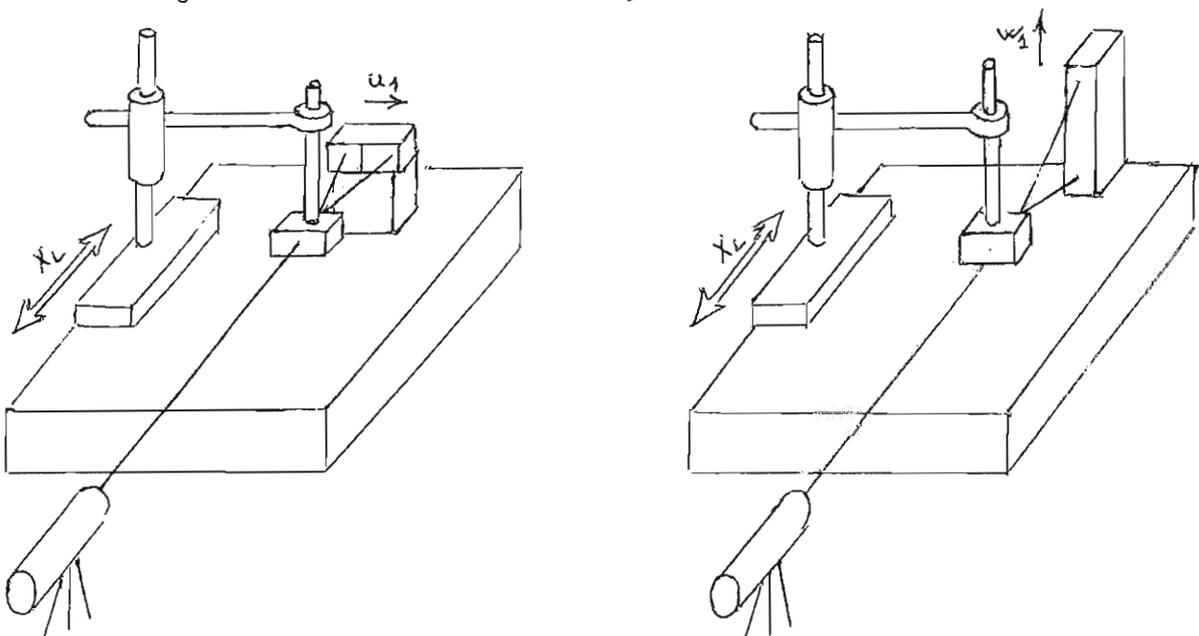


Les résultats sont donnés sur le graphe 3. On vérifie que l'angle  $\alpha_1$  est indépendant des positions des solides ( $S_2$ ) et ( $S_3$ ).

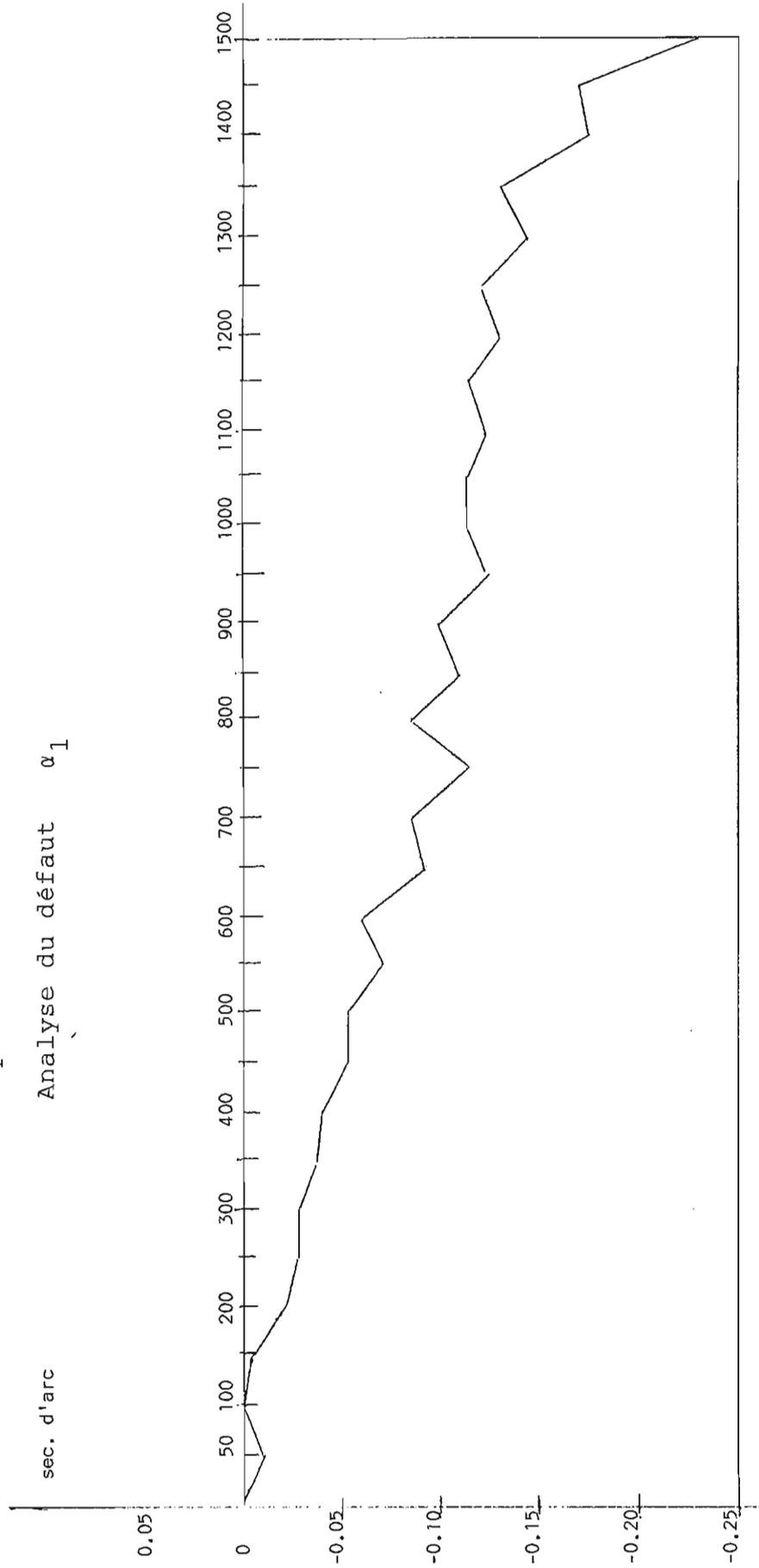
Les faibles valeurs des écarts trouvées (inférieures à  $1 \mu/m$ ) permettent de négliger l'écart  $\alpha_1$ .

7.2.3.3 La détermination des rectitudes  $v_1$  et  $w_1$  a été déduite des écarts mesurés par rapport à une droite de référence de direction parallèle à l'axe de déplacement du solide ( $S_1$ ) par rapport au marbre ( $S_0$ ).

La direction des écarts mesurés a été faite suivant l'axe  $y_0$ , puis suivant l'axe  $z_0$ .



Défaut de rotation autour de l'axe X  
Déplacement suivant l'axe X  
Analyse du défaut  $\alpha_1$



GRAPHE : 3 écart angulaire  $\alpha_1$

Chaque mesure a été effectuée pour  $Z_L = 0$  et répétée pour 3 valeurs de  $Y_L$  ; 0 ; 300 et 600 mm. Les droites de référence ne sont pas parallèles. Les graphes 4 et 5 donnent les résultats.

Interprétation des résultats :

D'après les équations générales (2) et (3) et compte tenu que les mesures sont faites pour différentes valeurs de  $X_L$ , les écarts mesurés  $e_{1yi}$  et  $e_{1zi}$  en référence à une droite d'indice  $i$  répondent aux équations :

$$e_{1yi} = v_{1i} [X_L] - (c_1 + c_2 + c_3 + Z_L) \cdot \alpha_1 [X_L] + (a_1 + a_2 + a_3) \cdot \gamma_1 [X_L]$$

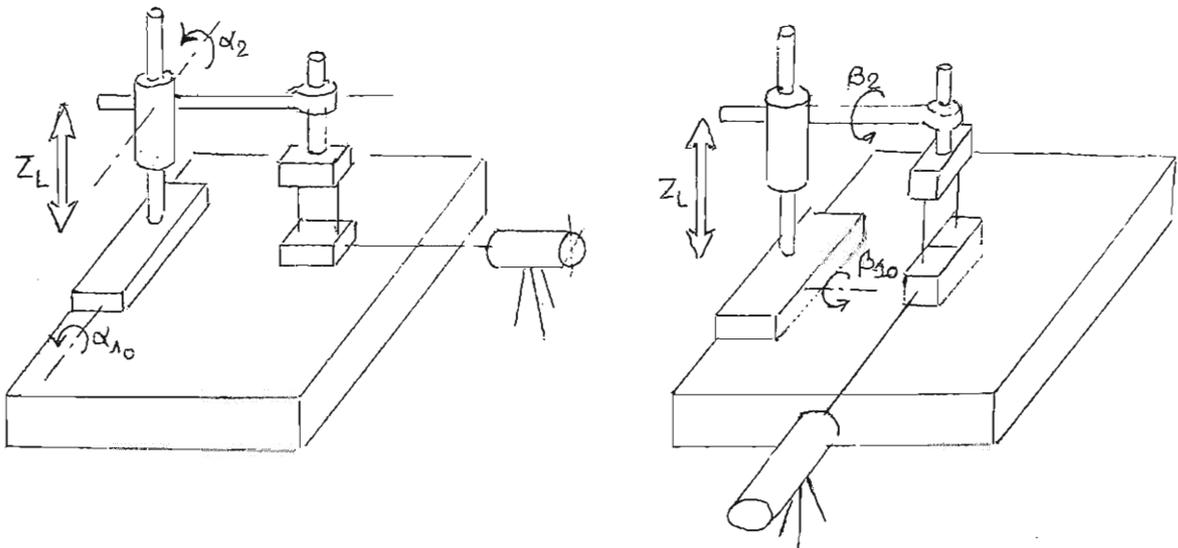
$$e_{1zi} = w_{1i} [X_L] - (a_1 + a_2 + a_3) \beta_1 [X_L] + (b_1 + b_2 + b_3 + Y_L) \cdot \alpha_1 [X_L]$$

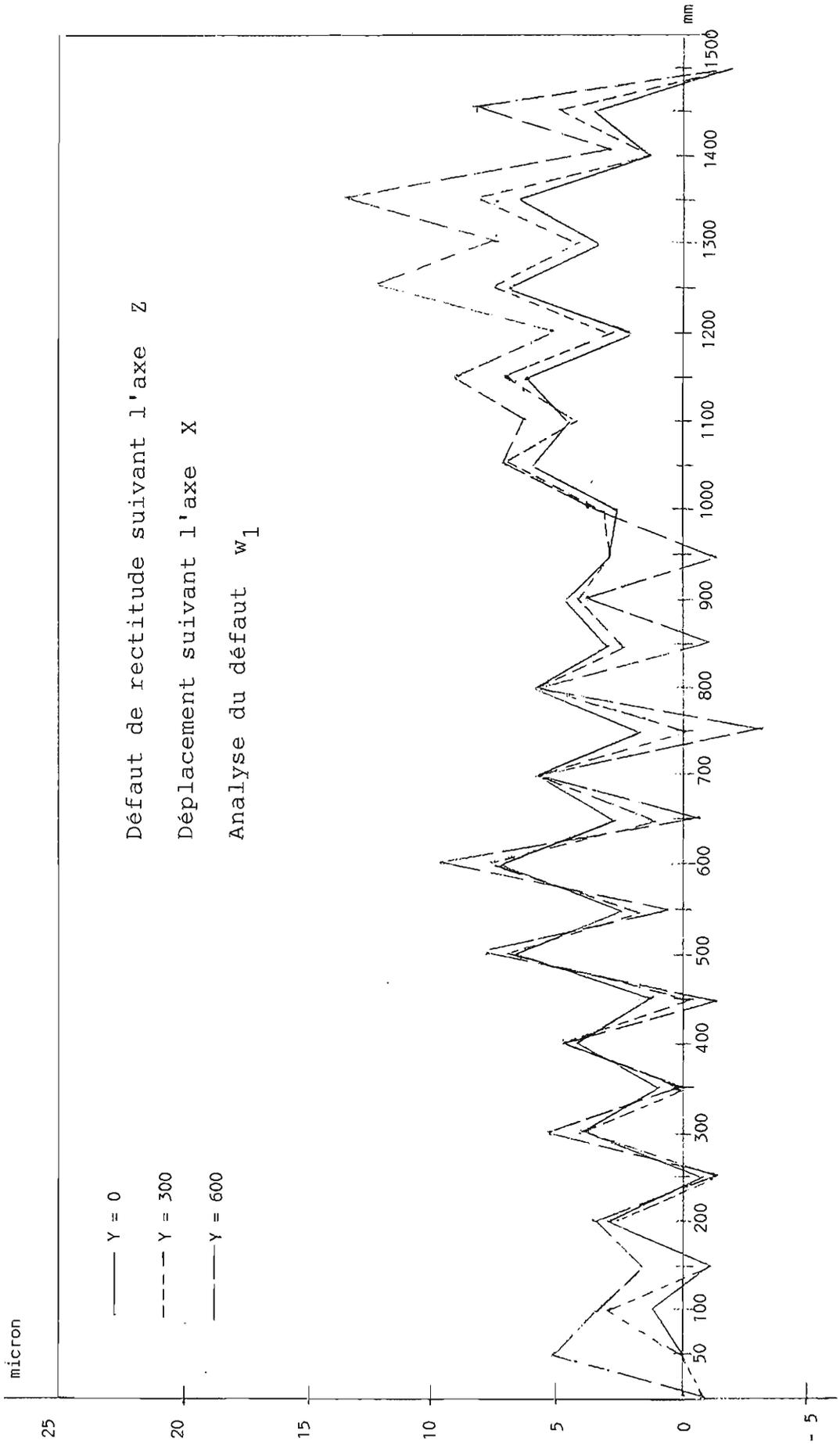
connaissant  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$ ,  $\gamma_1$  on en déduit les écarts  $v_{1(i)}$  et  $w_{1(i)}$

La concordance des résultats entre les mêmes écarts calculés pour trois valeurs différentes de  $Z$  : 0, 300, 600 est réalisée par un calage des droites de références entre-elles. On remarque une très faible dispersion sur les résultats.

**7.2.4 Mesure des 5 écarts géométriques de la liaison prismatique d'axe  $z_2$  entre les solides ( $S_1$ ) et ( $S_2$ ).**

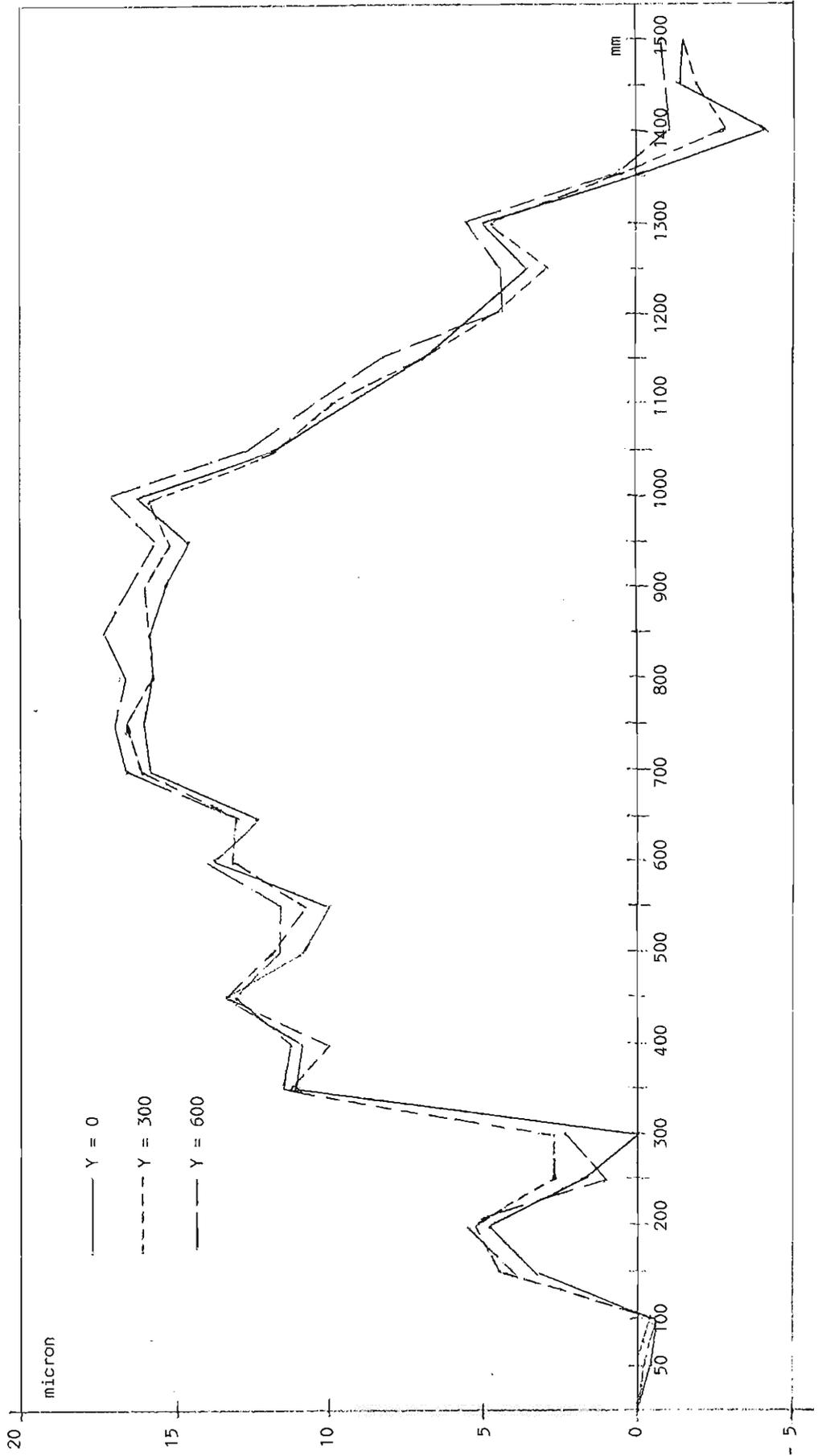
**7.2.4.1 Les écarts angulaires  $\alpha_2 [Z_L]$  et  $\beta_2 [Z_L]$  sont mesurés par interférométrie laser.**





graphe : 4 écart de rectitude  $w_1$

Défaut de rectitude de direction Y  
Déplacement suivant l'axe X  
Analyse du défaut  $v_1$



GRAPHE : 5 écart de rectitude  $v_1$

Les angles  $\alpha_2$  et  $\beta_2$  cherchés représentent les écarts angulaires entre le solide ( $S_1$ ) et le solide ( $S_2$ ), par convention leurs origines sont prises pour  $z_L = 0$ .

La mesure par interférométrie laser donne les écarts angulaires  $\alpha_2^*$  et  $\beta_2^*$  entre le solide ( $S_3$ ) et le solide ( $S_0$ ) soit

$$\alpha_2^* = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \quad \text{et} \quad \beta^* = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3.$$

En effectuant les mesures avec le paramètre  $Y_L=0$  correspondant par convention à l'origine nulle des angles  $\alpha_3$  et  $\beta_3$  ( $\alpha_3 = 0$  ;  $\beta_3 = 0$ ) et en imposant comme origine des angles  $\alpha_2^*$  et  $\beta_2^*$  les valeurs suivantes :

$$\alpha_2^* [z_L=0] = - \alpha_1 [X_L]$$

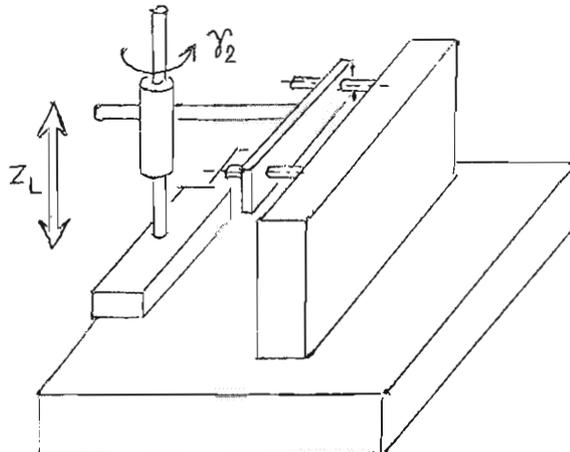
$$\beta_2^* [z_L=0] = - \beta_1 [X_L] \quad \text{avec } X_L = \text{cte}$$

On mesure directement les écarts angulaires cherchés

$$\alpha_2 [z_L] = \alpha_2^* [z_L]$$

$$\beta_2 [z_L] = \beta_2^* [z_L]$$

7.2.4.2 La mesure de l'écart angulaire  $\gamma_2 [z_L]$  n'est pas réalisable par des moyens conventionnels. Une solution [ZHA.85] est possible par mesure différentielle d'un plan de référence :



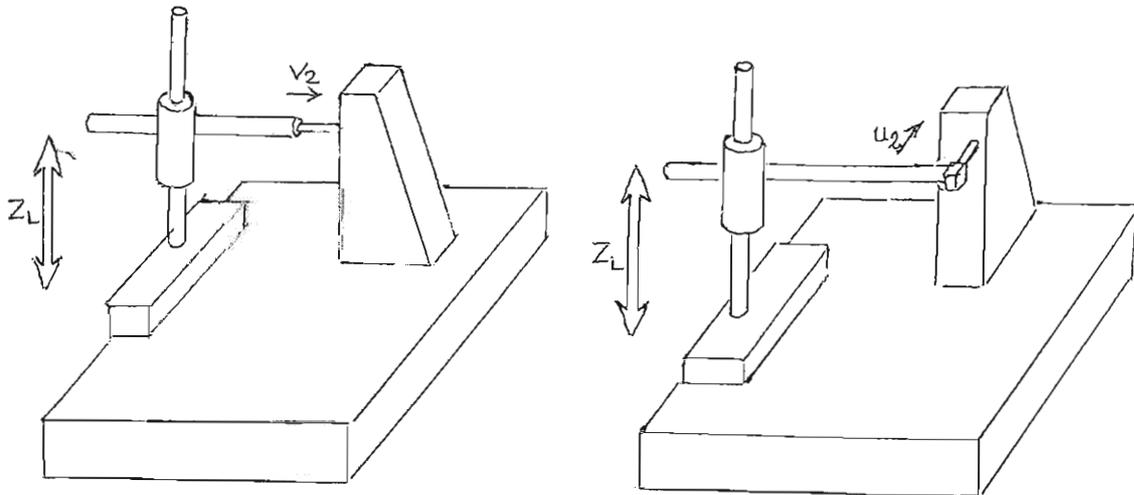
Cette solution n'a pas pu être mise en oeuvre faute de marbre de référence portable de grande dimension. On choisirait dans ce cas comme origine des mesures :

$$\gamma_2^* [z_L=0] = -\gamma_1 [x_L] \text{ avec } x_L = \text{cte et le paramètre } y_L = 0$$

$$\text{correspondant à } \gamma_3 [y_L] = 0$$

7.2.4.3 Les écarts de rectitude  $u_2$  et  $v_2$  sont obtenus en utilisant la même procédure que celle décrite pour l'obtention des écarts de rectitude  $u_1$  et  $v_1$ .

Les droites de référence sont matérialisées par des équerres en marbre.



Des équations (1) et (2) on en déduit les 2 relations :

$$e_{2x} = u_2 [z_L] - (b_2 + b_3 + y_L) \cdot \gamma_2 [z_L] + (c_2 + c_3) \cdot \beta_2 [z_L]$$

$$e_{2y} = v_2 [z_L] - (c_2 + c_3) \cdot \alpha_2 [z_L] + (a_2 + a_3) \cdot \gamma_2 [z_L]$$

L'angle  $\gamma_2 [Z_L]$  étant inconnu, on minimise son influence en choisissant d'effectuer les mesures avec les longueurs  $a_2+a_3$  et  $b_2+b_3+Y_L$  minimum.

Afin de minimiser l'incertitude due à la non connaissance de  $\gamma_2$  on choisit les longueurs  $a_2+a_3$  et  $b_2+b_3+Y_L$  minimum.

### 7.2.5 Mesure des 5 écarts géométriques de la liaison prismatique d'axe $oy_3$ entre les solides ( $S_2$ ) et ( $S_3$ ).

#### 7.2.5.1 Les écarts angulaires $\alpha_3 [Y_L]$ et $\gamma_3 [Y_L]$ sont obtenus par interférométrie laser (graphes 6 et 7).

Comme précédemment le choix judicieux des origines des angles mesurés  $\alpha_3^*$  et  $\gamma_3^*$  entre les solides ( $S_3$ ) et ( $S_0$ ) permet de connaître directement les angles cherchés  $\alpha_3$  et  $\gamma_3$  entre les solides ( $S_3$ ) et ( $S_2$ )

ainsi pour  $X_L = \text{cte}$  et  $Z_L = \text{cte}$  on impose :

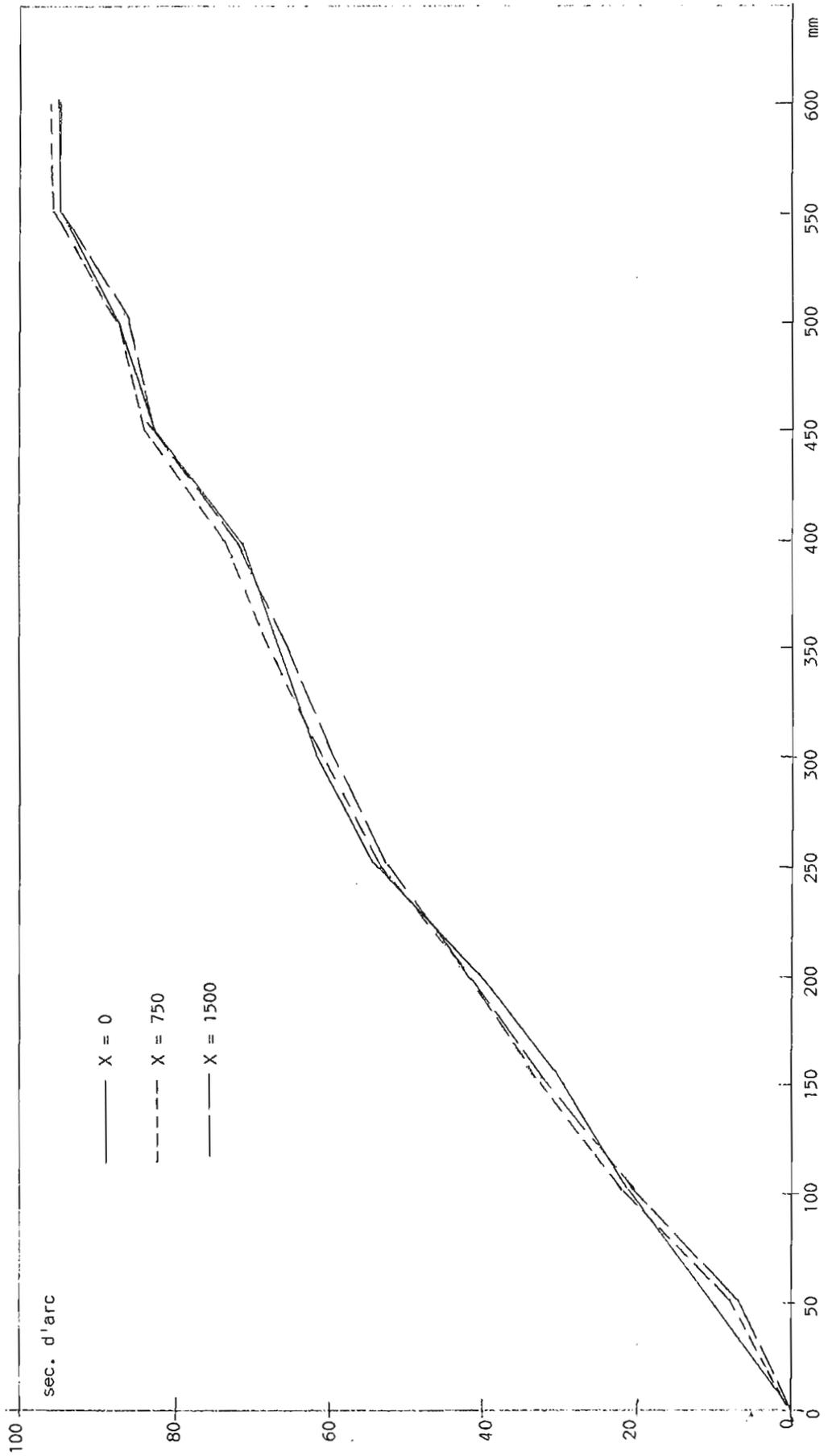
$$\alpha_3^* [Y_L=0] = -\alpha_1 [X_L] - \alpha_2 [Z_L]$$

$$\gamma_3^* [Y_L=0] = -\gamma_1 [X_L] - \gamma_2 [Z_L]$$

et  $\gamma_3 [Y_L] = \alpha_3^* [Y_L] - \delta_{\alpha_3} [Y_L, Q]$

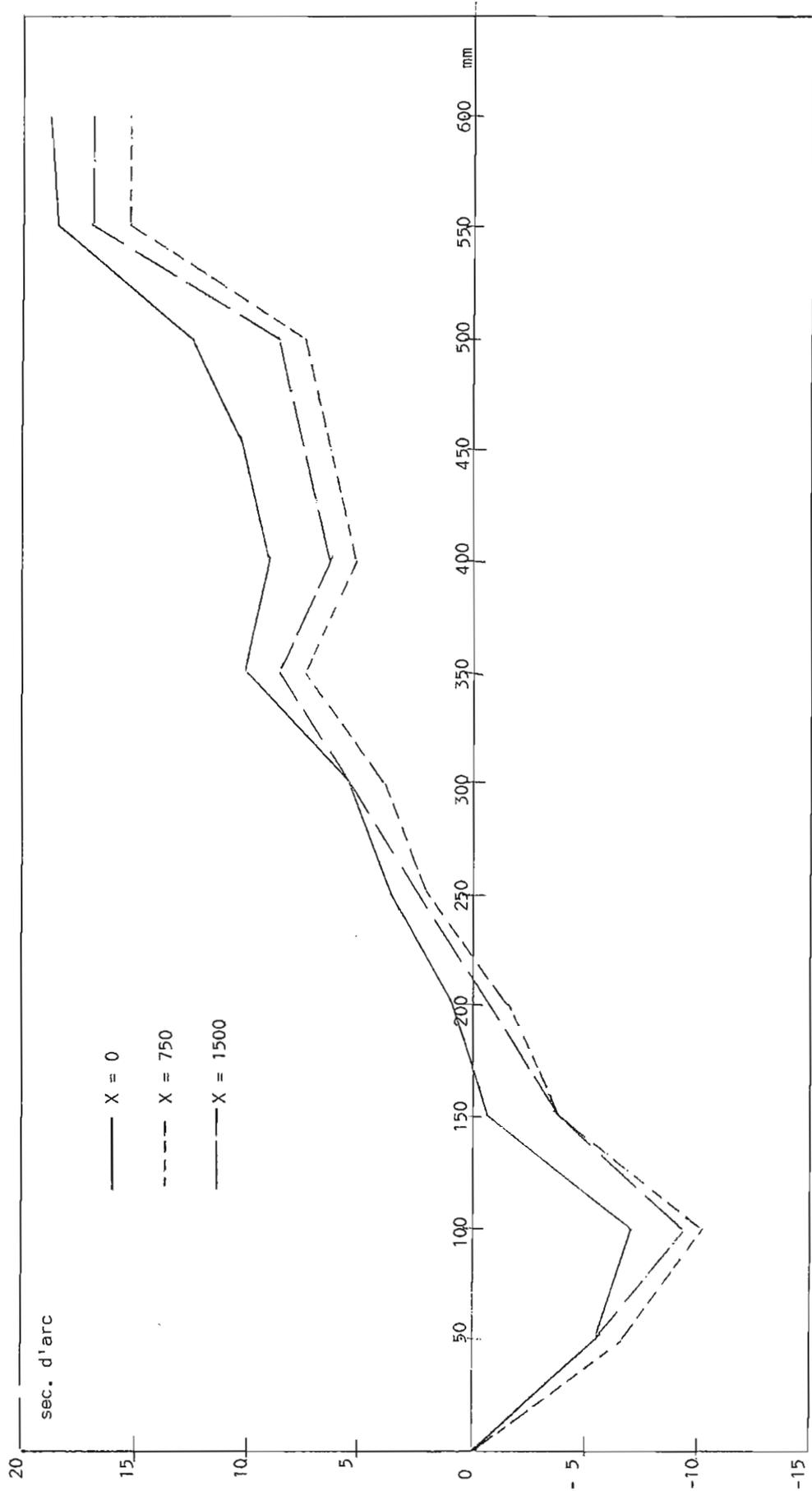
$$\gamma_3 [Y_L] = \gamma_3^* [Y_L]$$

Défaut de rotation autour de l'axe X  
Déplacement suivant l'axe Y  
Analyse du défaut  $\alpha_3$

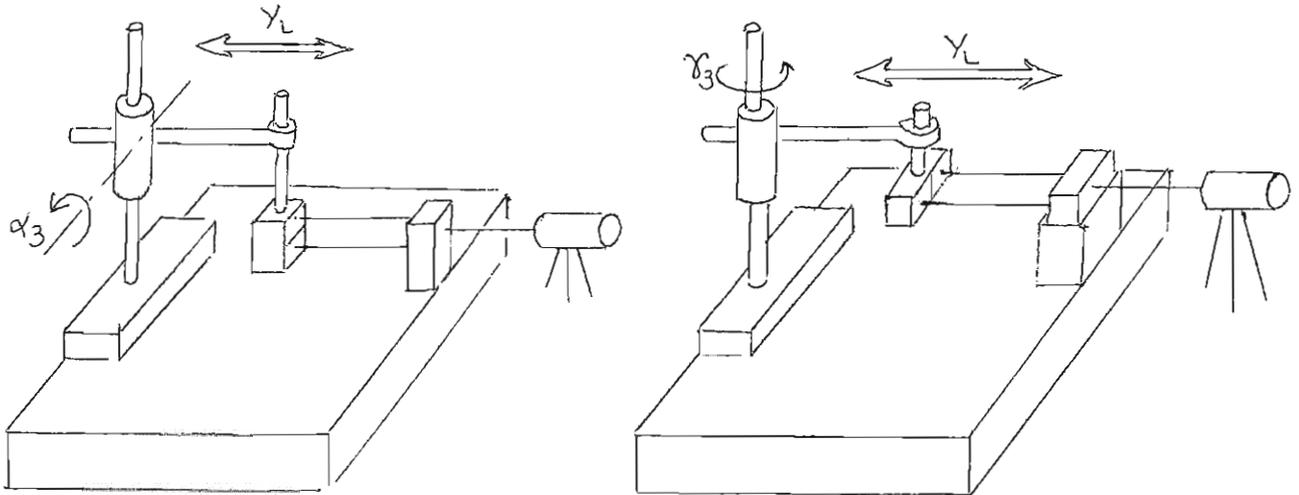


GRAPHE : 9 écart angulaire  $\alpha_3$

Défaut de rotation suivant l'axe Z  
Déplacement suivant l'axe Y  
Analyse du défaut  $\gamma_3$



GRAPHE : 7 écart angulaire  $\gamma_3$



L'angle  $\gamma_2$  étant inconnu on choisit  $Z_L=0$  soit  $\gamma_2=0$

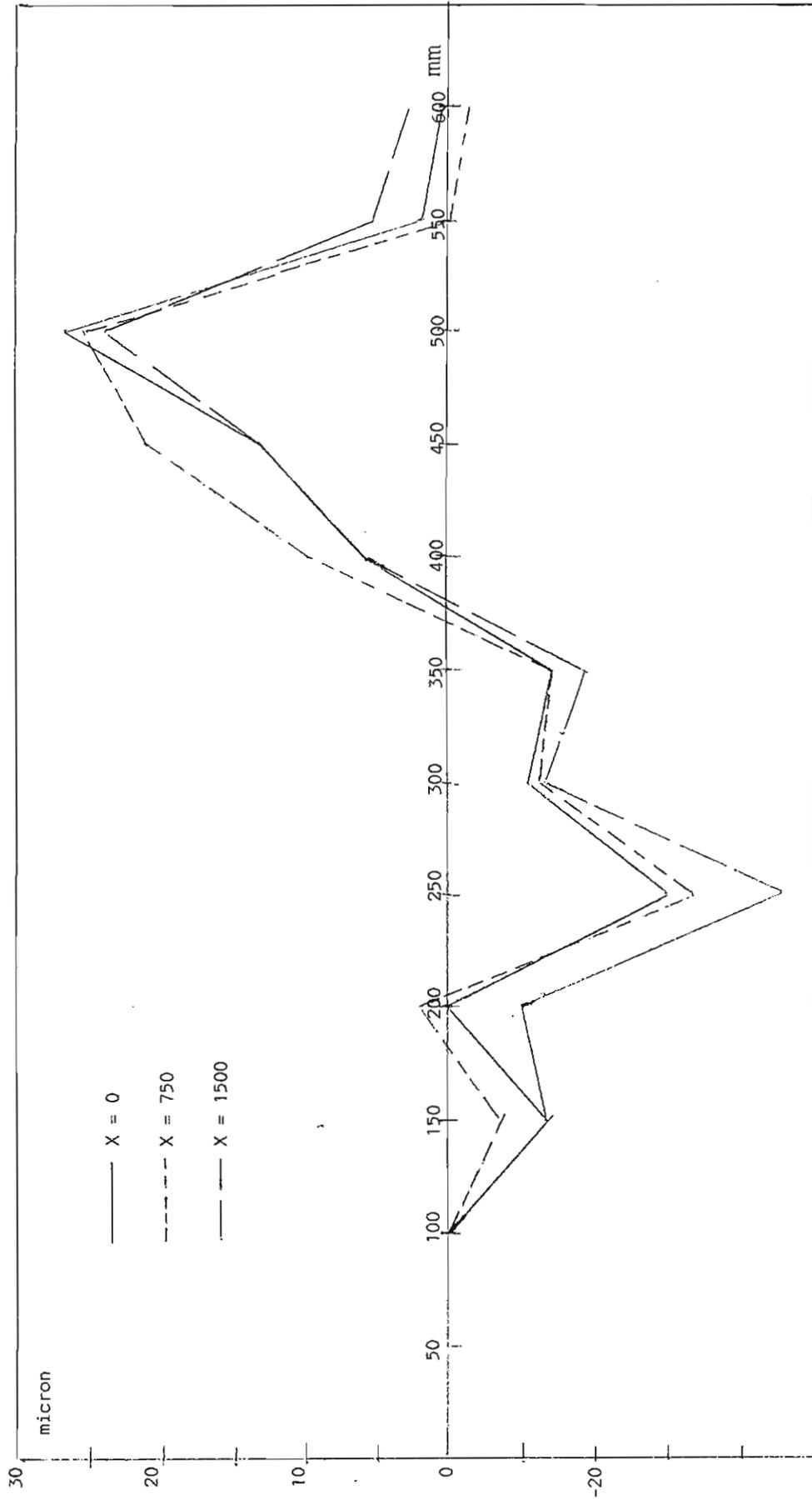
7.2.5.2 L'écart angulaire  $\beta_3 [Y_L]$  est obtenu par mesure différentielle de deux niveaux électroniques placés l'un sur le solide ( $S_3$ ), l'autre sur le solide ( $S_0$ ), le solide ( $S_2$ ) ne permettant pas une bonne stabilité du niveau.

Comme précédemment l'origine de l'angle  $\beta_3$  est :

$$\beta_3 [Y_L=0] = -\beta_1 [X_L] - \beta_2 [Z_L]$$

7.2.5.3 Les écarts de rectitude  $u_3 [Y_L]$  et  $v_3 [Y_L]$  sont obtenus en suivant la méthodologie décrite précédemment, c'est-à-dire par mesure des écarts  $e_{xi}$  et  $e_{zi}$  entre la translation d'axe  $Y_L$  d'un point P et d'une droite de référence d'indice i.

Défaut de rectitude de direction X  
Déplacement suivant l'axe Y  
Analyse du défaut  $u_3$

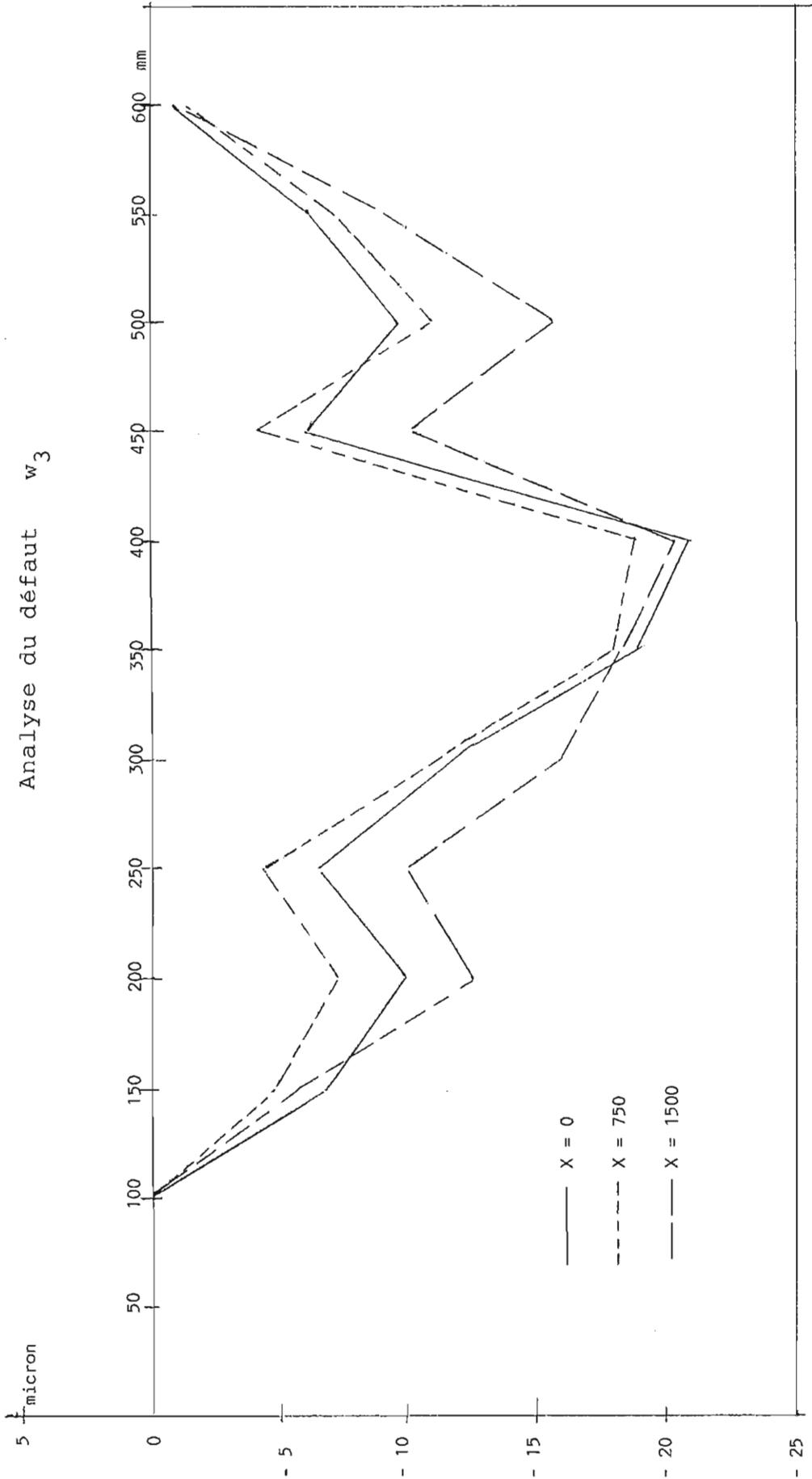


GRAPHE : 8 écart de rectitude  $u_3$

Défaut de rectitude de direction Z

Déplacement suivant l'axe Y

Analyse du défaut  $w_3$

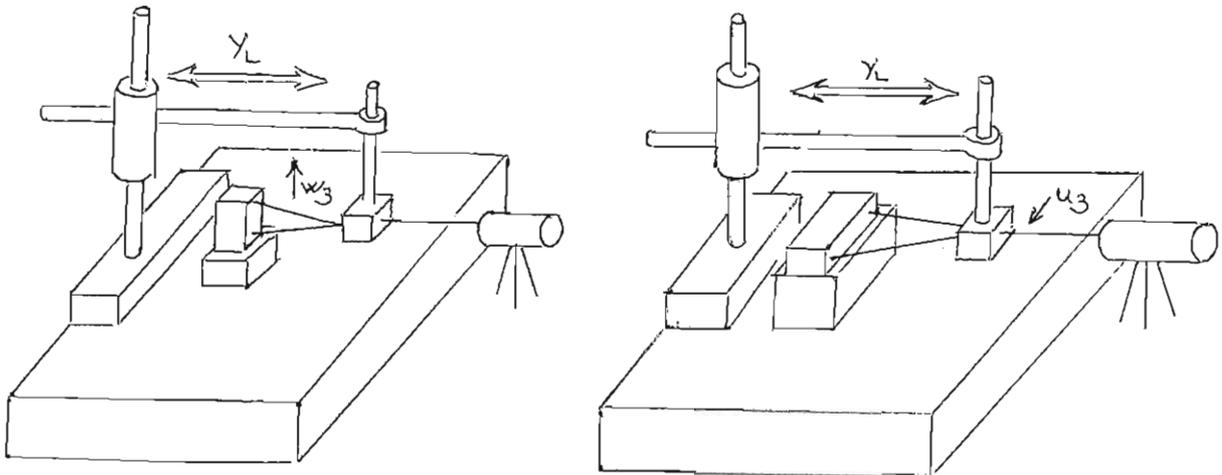


GRAPHE : 9 écart de rectitude  $w_3$

Les écarts  $e_{xi}$  et  $e_{zi}$  sont liés par les relations déduites des équations (1) et (3) :

$$e_{3x} = u_3 [Y_L] - b_3 \cdot \gamma_3 [Y_L] + c_3 \beta_3 [Y_L]$$

$$e_{3z} = w_3 [Y_L] + \delta \cdot w_3 [Y_L, Q] - a_3 \cdot \beta_3 [Y_L] + b_3 \cdot \alpha_3 [Y_L] + \delta \cdot \alpha_3 [Y_L, Q]$$

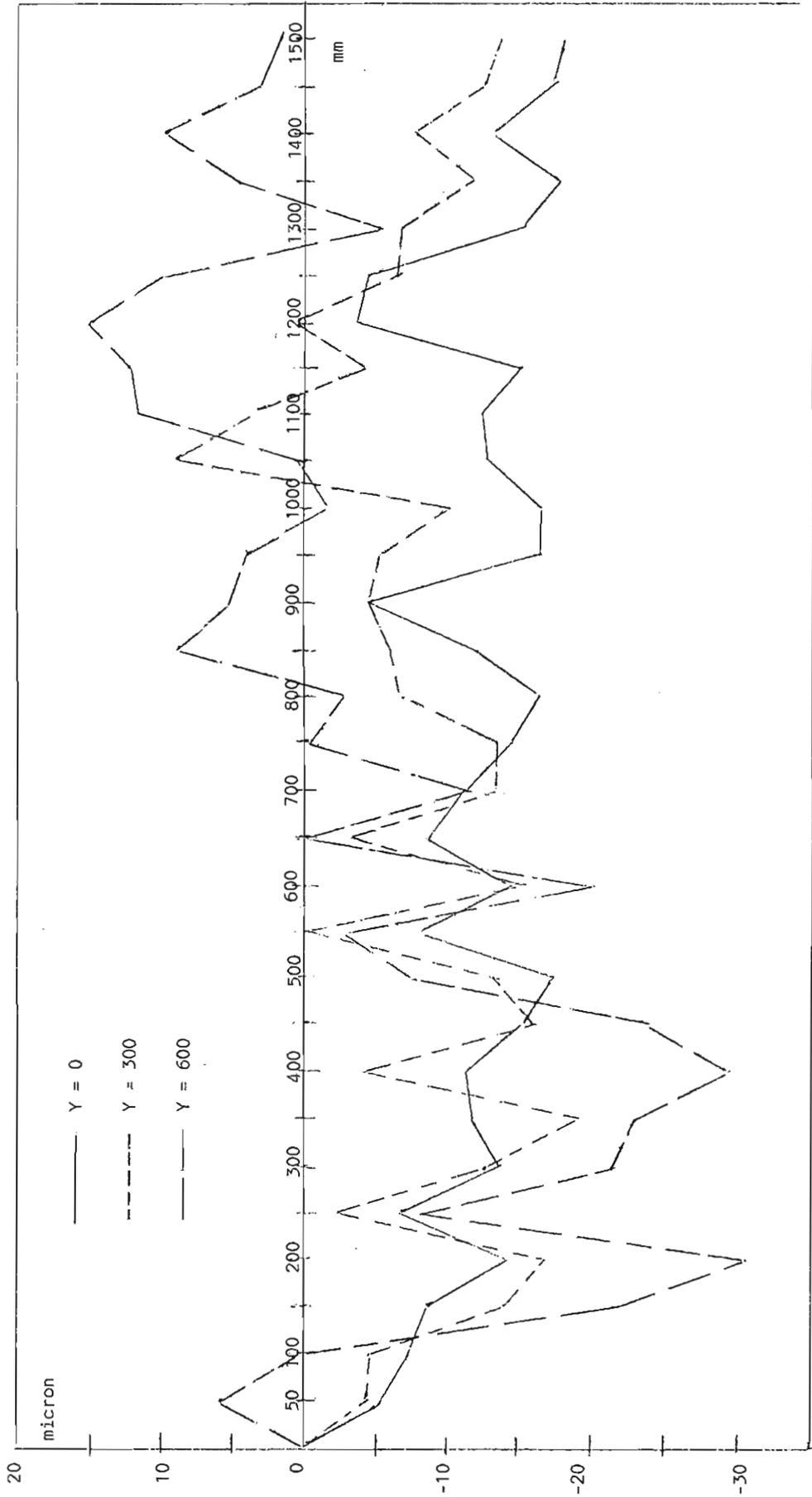


L'observation des résultats de mesure donnés graphes 8 et 9 permet de vérifier l'hypothèse de liaisons rigides et montre que l'écart de rotation  $\beta_3$  entre les solides  $S_2$  et  $S_3$  est négligeable :  $|\beta_3| < 0,8 \mu / m$ .

#### 7.2.6 Mesure des 3 justesses $\epsilon_x [X_L]$ , $\epsilon_y [Y_L]$ , $\epsilon_z [z_L]$ :

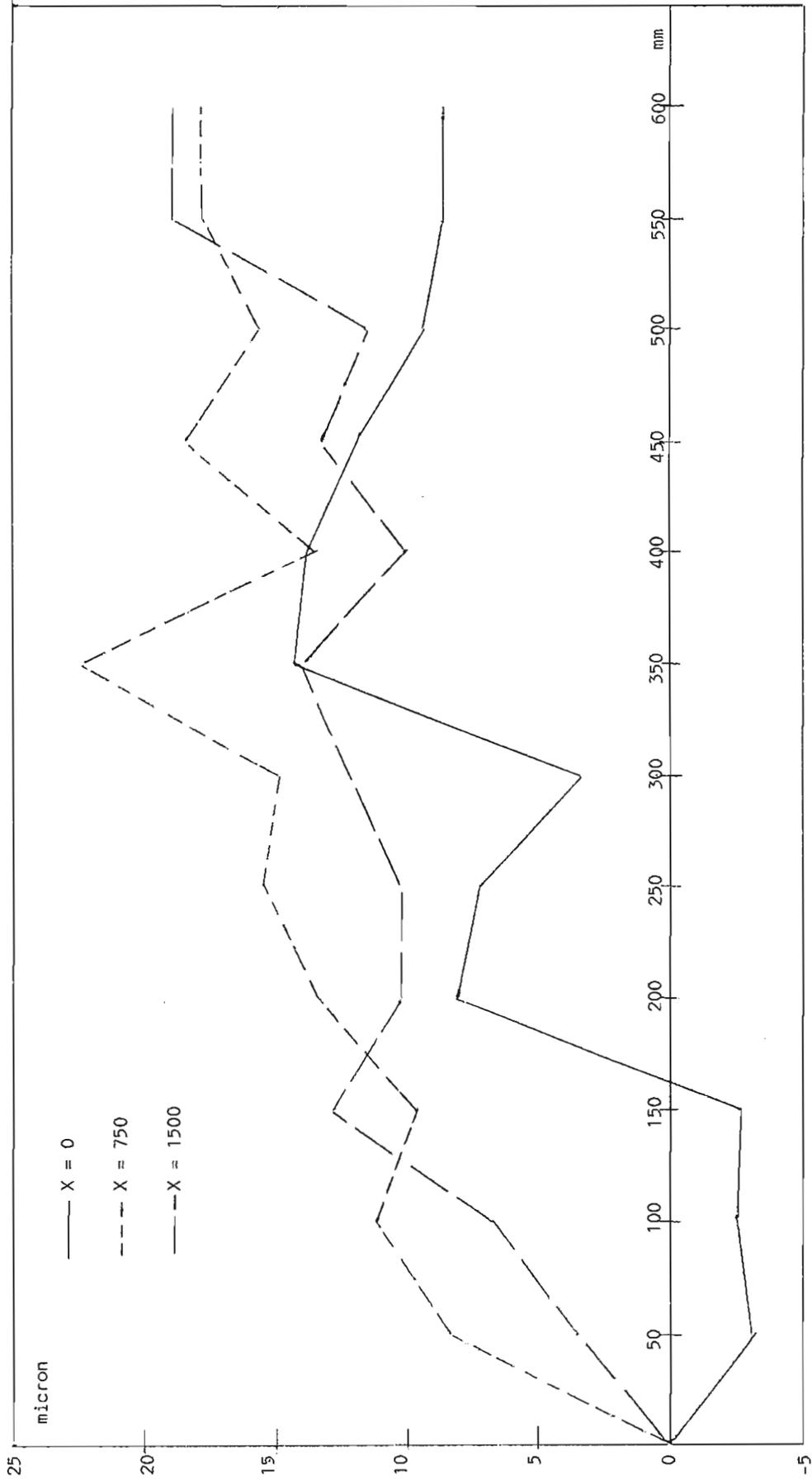
Les trois justesses ont été obtenues en comparant les déplacements  $X_{Li}$ ,  $Y_{Li}$ ,  $Z_{Li}$  lus sur les 3 règles de la machine à mesurer et la mesure réelle de ces mêmes déplacements obtenus par interférométrie laser,  $X_{Ri}$ ,  $Y_{Ri}$ ,  $Z_{Ri}$ .

Défaut de justesse  
Déplacement suivant l'axe X  
Analyse du défaut  $\epsilon_x$



GRAPHE : 10 écart de justesse  $\epsilon_x$

Défaut de justesse  
Déplacement suivant l'axe Y  
Analyse du défaut  $\epsilon_x$



GRAPHE : 11 écart de justesse  $\epsilon_x$

Des équations (1), (2), (3), on établit les trois relations :

$$\epsilon_{xi} [X_L] = X_{Li} - X_{Ri} - ((c_1 + c_2 + c_3 + Z_L) \cdot \beta_1 [X_L] - (b_1 + b_2 + b_3 + Y_L) \cdot \gamma_1 [X_L])$$

$$\epsilon_{yi} [Y_L] = Y_{Li} - Y_{Ri} - ((-c_3 \cdot \alpha_3 [Y_L] + \delta_{\alpha_3} [Y_L, Q] + a_3 \cdot \gamma_3 [Y_L])$$

$$\epsilon_{zi} [Z_L] = Z_{Li} - Z_{Ri} - ((-a_2 + a_3) \cdot \beta_2 [Z_L] + (b_2 + b_3 + Y_L) \cdot \alpha_2 [Z_L])$$

On obtient une dispersion importante sur les résultats (graphes 10 et 11). En effet, la lecture des règles ( $X_L$ ,  $Y_L$ ,  $Z_L$ ) se fait avec une tolérance de  $\pm 5 \mu$ , qui se répercute directement sur les écarts de justesse. Compte tenu de la technologie des règles de mesure utilisées on prend comme modèle de justesse une droite des moindres carrés.

#### 7.2.7 Mesure des trois défauts d'orthogonalité entre les axes :

Les 18 écarts systématiques dûs aux défauts géométriques des liaisons et à la justesse des règles ont été exprimés dans les repères suivant :

- les 9 écarts angulaires ont été choisis nuls aux origines des 3 axes et sont cohérents entre-eux.
- les 3 écarts de justesse sont exprimés suivant les 3 directions des règles de mesures, elles peuvent être considérées comme orthogonales, en effet l'erreur introduite sur les justesses par la non-orthogonalité des axes est du second ordre.

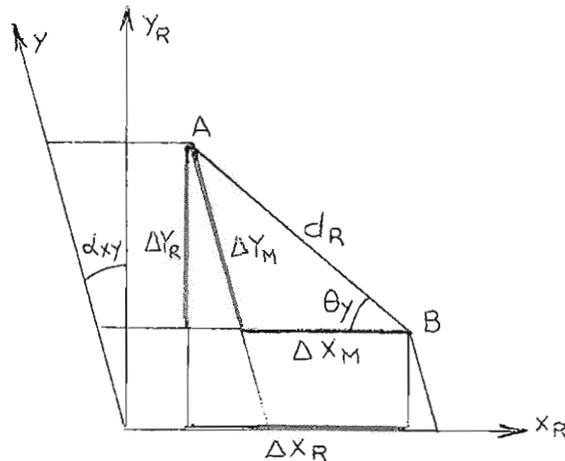
- les 6 écarts de rectitude ont été établis par rapport à 6 directions de mesures choisies indépendamment les unes des autres. Le système d'axes ainsi défini n'est pas orthogonal et introduit des erreurs non négligeables sur les calculs géométriques.

### 7.2.7.1 Méthode de détermination des défauts d'orthogonalité entre les axes.

Soient  $\alpha_{xy}$ ,  $\alpha_{yz}$ , et  $\alpha_{zx}$  les trois défauts d'orthogonalité entre les directions générales des rectitudes mesurés dans les trois plans  $xy$ ,  $yz$ , et  $zx$ .

La méthode utilisée consiste à mesurer successivement dans des plans parallèles aux plans de référence de la machine une dimension de référence  $d_R$  étalonnée. Cette mesure est effectuée après compensation des 18 défauts établis précédemment, la machine à mesurer ne possède donc plus que les trois défauts angulaires cherchés.

Si dans un plan parallèle au plan  $xy$  on mesure la longueur  $AB$  de la dimension de référence on obtient :



(1)  $d_M = \Delta X_M \cos \theta_y + \Delta Y_M \sin \theta_y$   
avec  $\Delta X_M$  et  $\Delta Y_M$  les projections mesurées de  $AB$ .

Si  $\Delta Y_R$  et  $\Delta X_R$  sont les projections de AB dans un système d'axes orthonormés

$$\text{on a } \Delta X_R = \Delta X_M + \Delta Y_M \sin(\alpha_{xy})$$

$$\text{et } \Delta Y_R = \Delta Y_M \cos(\alpha_{xy}).$$

L'équation (1) devient :

$$d_M = \Delta X_R \cdot \cos \theta_y + \frac{\Delta Y_R}{\cos(\alpha_{xy})} \cdot \sin \theta_y - \Delta Y_M \cdot \sin(\alpha_{xy}) \cdot \cos \theta_y.$$

L'angle  $\alpha_{xy}$  étant très petit on obtient l'erreur angulaire entre les axes  $\vec{y}$  et  $\vec{y}_R$  : (l'axe  $\vec{x}$  étant confondu avec l'axe  $\vec{x}_R$ )

$$\alpha_{xy} = \frac{d_R - d_M}{\Delta Y_M \cdot \cos \theta_y}$$

avec  $d_M = \sqrt{\Delta X_M^2 + \Delta Y_M^2}$  et  $\sin \theta_y = \frac{\Delta Y_M}{d_R}$

de la même façon on obtient :

dans le plan  $\vec{y} \vec{z}$  l'angle  $\alpha_{yz}$  entre les axes  $\vec{z}$  et  $\vec{z}_R$  l'axe  $\vec{y}$  restant confondu avec l'axe  $\vec{y}_R$

$$\alpha_{yz} = \frac{d_R - d'_M}{\Delta Z_M \cdot \cos \theta_z}$$

avec  $d'_M = \sqrt{\Delta Y_M^2 + \Delta Z_M^2}$  et  $\sin \theta_z = \frac{\Delta Z_M}{d_R}$

dans le plan  $\vec{z}$   $\vec{x}$  l'angle  $\alpha_{zx}$  entre les axes  $\vec{x}$  et  $\vec{x}_R$  l'axe  $\vec{z}$  restant confondu avec l'axe  $\vec{z}_R$

$$\alpha_{zx} = \frac{d_R - d''_M}{\Delta X_M \cdot \cos \theta_x}$$

avec  $d''_M = \sqrt{\Delta Z_M^2 + \Delta X_M^2}$  et  $\sin \theta_x = \frac{\Delta X_M}{d_R}$

### 7.2.7.2 Ajustement des rectitudes dans un systèmes d'axes orthonormés :

Afin de rendre le système d'axes orthogonal on substitut aux rectitudes déterminées précédemment les nouvelles rectitudes corrigées des défauts angulaires entre les axes.

dans le plan  $\vec{x}_O$   $\vec{y}_O$

$$v_1 [X_L] \text{ est inchangé}$$

$$u_3 [Y_L] = u_3 [Y_L] - \alpha_{xy} \cdot Y_L$$

dans le plan  $\vec{y}_O$   $\vec{z}_O$

$$w_3 [X_L] \text{ est inchangé}$$

$$v_2 [Z_L] = v_2 [Z_L] - \alpha_{yz} \cdot Z_L$$

dans le plan  $\vec{z}_O$   $\vec{x}_O$

$$u_2 [Z_L] \text{ est inchangé}$$

$$w_1 [X_L] = w_1 [X_L] - \alpha_{zx} \cdot X_L$$

### 7.2.8 Vérification expérimentale et conclusion :

Les défauts d'orthogonalité des axes ont été établis par mesure d'une cale étalon de 500 mm placée à 45° dans les différents plans de référence de la machine.

La connaissance des 18 écarts dans un système d'axe orthonormés nous a permis ensuite de vérifier l'efficacité de la correction. Pour cela nous avons mesuré à nouveau la cale étalon de 500 mm dans le volume de la machine. Des écarts sans correction atteignant 0,2 sont descendus à 0,02 après correction. Cette vérification a été faite dans le volume utile de la machine.

Les déformations dues aux variations de température peuvent être simplement corrigées [ZHA.85] en mesurant les températures  $T_1$  et  $T_2$  aux points extrêmes de la machine. On introduit alors sur chaque axe un facteur correctif de la forme :

$$\Delta X_T = k_{TX} \cdot \vec{O_1 O_1} \cdot \vec{x}_O \left( ((T_1 + T_2) / 2) - 20 \right)$$

$$\Delta Y_T = k_{TY} \cdot \vec{O_1 O_2} \cdot \vec{y}_O \left( ((T_1 \cdot T_2) / 2) - 20 \right)$$

$$\Delta Z_T = k_{TZ} \cdot \vec{O_2 O_3} \cdot \vec{z}_O \left( ((T_1 + T_2) / 2) - 20 \right)$$

Les coefficients  $k_T$  sont difficiles à obtenir en effet ils nécessitent une salle de mesure à température régulée que nous ne possédions pas pour cette expérimentation.

On peut conclure que la prise en compte des 15 écarts systématiques dûs aux défauts géométriques des liaisons et aux justesses des règles de mesures, permet d'améliorer considérablement (facteur 10 dans l'exemple traité) la qualité d'une machine à mesurer, la prise en compte des variations de température devraient améliorer encore cette précision.

La méthode utilisée a également l'avantage de prendre en compte la géométrie réelle du palpeur par les coordonnées  $a_3$ ,  $b_3$ , et  $c_3$  du centre de la sphère de palpation dans le repère  $O_3$ ,  $x_3$ ,  $y_3$ ,  $z_3$  attaché au solide ( $S_3$ ) et de corriger ainsi les écarts angulaires de la machine.

Cette méthode a fait l'objet d'un logiciel [MOR.87] [LEH.87] permettant de déterminer puis de compenser les défauts géométriques des machines à mesurer de type Trusquin. L'acquisition des écarts géométriques de la machine a été simplifiée en effectuant les mesures d'angles et de rectitudes à l'aide de deux comparateurs électroniques et de référence matérialisés par le marbre de la machine, ainsi qu'une règle et une équerre en marbre. Seule la mesure des trois justesses nécessite l'emploi d'un laser. La mise au point des procédures de mesure a été faite avec le Laboratoire d'Essais de Machines-Outils de l'E.N.S. de CACHAN, le temps moyen de mesure d'une machine a pu être ramené actuellement à moins de trois jours.

L'emploi industriel d'un tel logiciel permet par le contrôle géométrique périodique de la machine d'en compenser immédiatement ses défauts. D'autre part une étude dans le temps, doit nous permettre de mettre en évidence pour chaque machine les dérives des différents défauts et par suite de limiter le contrôle aux seules mesures à forte probabilité de variation, le temps de réajustement d'une machine sera ramené ainsi à moins de huit heures.