

## CHAPITRE V

### V - ETUDE COMPARATIVE DES RESULTATS OBTENUS PAR UNE OPTIMALISATION SUIVANT LES CRITERES DE GAUSS, DU DEFAUT DE FORME MINI, DE LA PLUS GRANDE OU DE LA PLUS PETITE SURFACE TANGENTE INTERIEURE OU EXTERIEURE.

Cette étude a été faite sur une machine à mesure tridimensionnelle MMT.13-08-06 de la société SEIV RENAULT ayant une précision absolue dans le volume de  $7 \mu$ . Cette précision est vérifiée par la mesure d'une cale étalon de 500 mm placée dans l'espace de la machine et principalement suivant des directions à  $45^\circ$  par rapport aux axes de la machine. Celle-ci est dans un local climatisé régulé en température, et en hygrométrie. Le palpeur de mesure est un palpeur RENISHAW type  $P_2$  mesure à la volée, réglé à 25 grammes d'effort de contact entre le palpeur et la pièce. Le système de traitement des coordonnées des points de mesures est fait sur un calculateur HEWLETT-PACKARD 9826 de langage HPL sur ROM. Le logiciel PROMESUR n'a pas été utilisé. Un logiciel spécifique [MIR.86] d'acquisition des points en mode apprentissage et en mode automatique a été écrit (voir organigramme en annexe C), celui-ci permet :

- d'écrire une gamme de palpation par apprentissage manuel.
- de stocker cette gamme sur un fichier disquette.
- d'exécuter cette gamme en commande numérique tout en enregistrant les points de mesure sur fichier disquette.

Ce programme permet donc de créer des fichiers de points mesurés sur des surfaces géométriques réelles et d'établir ainsi une base de données de mesures exploitable par différents algorithmes d'optimisation.

Une étude comparative des différents algorithmes d'optimisations utilisés sur les machines à mesures [SCH.84] a été menée par le Laboratoire National d'Essais.

Cette étude a eu pour objectif de comparer les résultats obtenus par différents logiciels, lorsque ceux-ci traitent un même ensemble de points de mesure. La difficulté d'interprétation des résultats obtenus tient au fait que les algorithmes utilisés sont inconnus et que le choix arbitraire des points de mesures peut favoriser une méthode plutôt qu'une autre en annulant le manque de performance de certaines méthodes. On remarque d'autre part que les écarts de forme optimisés varient d'une méthode à l'autre même si plusieurs algorithmes annoncent une optimisation des moindres carrés.

Ainsi notre étude porte sur une comparaison de la méthode générale du torseur de petits déplacement optimisés soit par une répartition Gaussienne des écarts de forme, soit par un critère de défaut de forme mini, soit par un critère de plus grande surface tangente intérieure, soit par le critère plus petite surface tangente extérieure.

Cette étude a été menée au Laboratoire [MIR.86], pour le cercle, le plan et le cylindre. Les conclusions ont été suffisamment significatives pour les extrapoler à d'autres surfaces.

Les algorithmes utilisés sont ceux définis au chapitre précédent.

Pour chaque ensemble de points nous avons fait varier le nombre de points de mesure, leur répartition sur la surface, les dimensions de la surface et fait apparaître leur influence sur :

- le défaut de forme obtenu,
- la position géométrique de la surface idéale optimisée et ses paramètres géométriques,
- le temps de calcul correspondant à l'optimisation.

### 5.1 Cas du cercle :

Les mesures ont été effectuées dans un plan parallèle au marbre.

En annexe D nous donnons les tableaux des coordonnées des points palpés ainsi que les écarts optimisés.

Les résultats obtenus sont :

- les coordonnées du centre du cercle optimisé exprimées dans le repère machine à mesurer,
- le défaut de forme correspondant au supérieur moins l'inférieur des écarts optimisés,
- les diamètres tangents extérieurs, intérieurs et diamètre moyen.

5.1.1 On obtient les résultats suivants :

Première série de cas : Les points sont également répartis sur la circonférence.

Cas\_1 : Cercle de  $\varnothing$  122 mesuré en 8 points également répartis sur la circonférence

Type de Résolution	Centre		Défaut de forme	Diamètres associés		
	Xop	Yop		moyen	extérieur	intérieur
GAUSS	274.751	124.098	0.012	122.344	122.357	122.332
Maxi intér.	274.750	124.096	0.011	-	-	122.336
Mini extér.	274.749	124.099	0.011	-	122.353	-
Défaut mini.	274.749	124.097	0.010	122.345	122.356	122.334
Ecart maxi.	En projection /ox 2 $\mu$ /oy 2 $\mu$ En vraie grandeur : 3 $\mu$		1,8 $\mu$ 16 %	1 $\mu$	4 $\mu$	4 $\mu$
Ecart maxi entre GAUSS et défaut mini	En projection /ox 2 $\mu$ /oy 1 $\mu$ En vraie grandeur : 2,2 $\mu$		1,8 $\mu$ 16 %	1 $\mu$	1 $\mu$	2 $\mu$
Ecart entre les diamètres optimisés aux extrêmes et ceux obtenus par : GAUSS Défaut mini.				-	4 $\mu$ 3 $\mu$	-4 $\mu$ -2 $\mu$

Cas\_2 : Cercle de  $\emptyset$  32 mesuré en 27 points également répartis sur la circonférence.

Type de Résolution	Centre		Défaut de forme	Diamètres associés		
	Xop	Yop		moyen	extérieur	intérieur
GAUSS	160.230	142.805	0.016	32.126	32.143	32.109
Maxi intér.	160.228	142.803	0.017	-	-	32.113
Mini extér.	160.230	142.809	0.019	-	32.140	-
Défaut mini	160.232	142.804	0.014	32.126	32.140	32.112
Ecart maxi.	En projection /ox 4 $\mu$ /oy 6 $\mu$ En vraie grandeur : 7 $\mu$		5,7 $\mu$ 40 %		3 $\mu$	4 $\mu$
Ecart maxi Entre GAUSS et défaut mini	En projection /ox 2 $\mu$ /oy 1 $\mu$ En vraie grandeur : 2,2		2,7 19 %	0 $\mu$	3 $\mu$	3 $\mu$
Ecart entre les diamètres optimisés aux extrêmes et ceux obtenus par : GAUSS					3 $\mu$	- 4 $\mu$
Défaut mini					0 $\mu$	- 1 $\mu$

Cas 3 : Cercle de  $\emptyset$  186 mesuré en 13 points également répartis sur la circonférence.

Type de Résolution	Centre		Défaut de forme	Diamètres associés		
	Xop	Yop		moyen	extérieur	intérieur
Gauss	744.667	149.350	0.536	186.396	186.932	185.860
Maxi intér.	744.626	149.445	0.591	-	-	185.955
Mini extér.	744.957	149.472	0.777	-	186.852	-
Défaut mini	744.618	149.296	0.468	186.419	186.888	185.951
Ecart maxi	En projection		123 $\mu$	23 $\mu$	80 $\mu$	95 $\mu$
	/ox 339 $\mu$ /oy 180 $\mu$					
	En vraie grandeur : 383 $\mu$		26 %			
Ecart maxi entre GAUSS et défaut mini	En projection		67 $\mu$	23 $\mu$	44 $\mu$	91 $\mu$
	/ox 49 $\mu$ /oy 54 $\mu$					
	En vraie grandeur : 72 $\mu$		14 %			
Ecart entre les diamètres optimisés extrêmes et ceux obtenus par						
GAUSS					80 $\mu$	- 95 $\mu$
Défaut mini					36 $\mu$	- 94 $\mu$

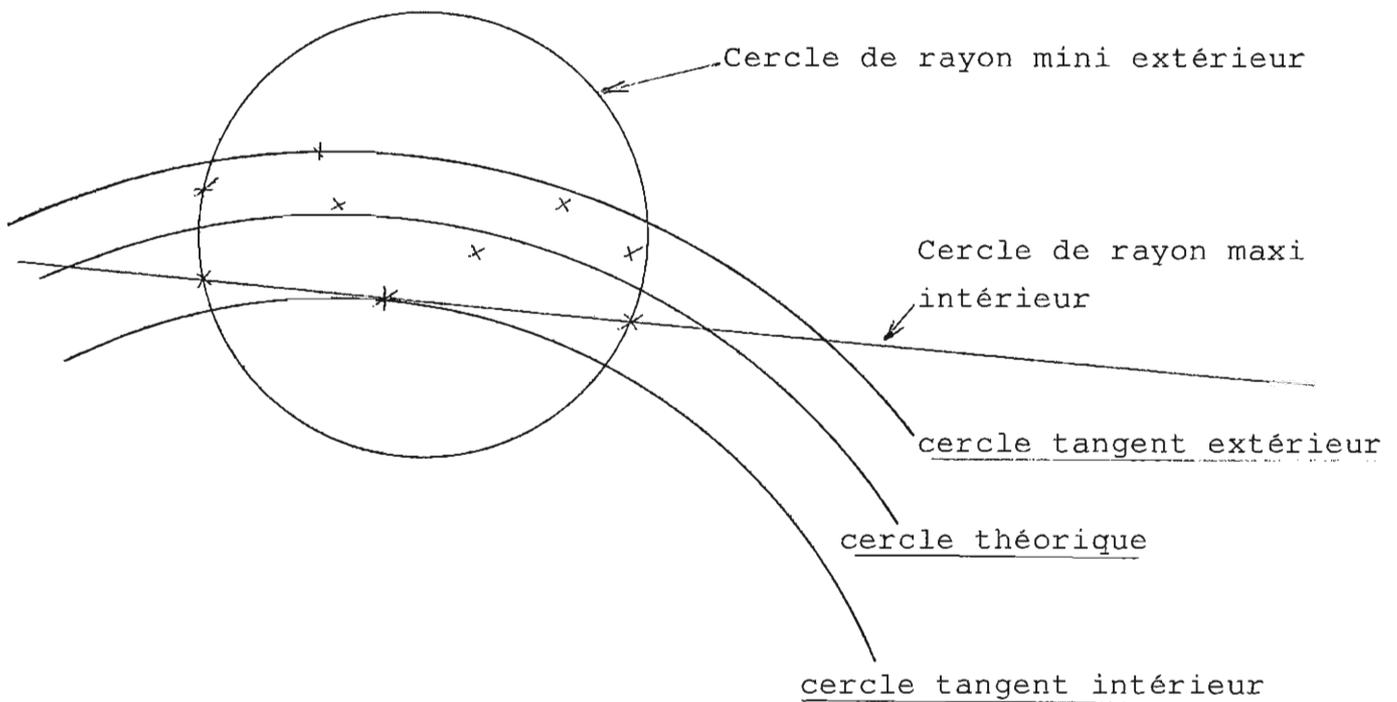
Cas 4 : Cercle de  $\emptyset$  203 mesuré en 53 points également répartis sur la circonférence.

Type de Résolution	Centre		Défaut de forme	Diamètres associés		
	Xop	Yop		moyen	extérieur	intérieur
GAUSS	298,232	154,915	0,0284	203,462	203,490	203,434
Maxi intér.	298,234	154,914	0,0291	-	-	203,435
Mini extér.	298,222	154,905	0,0393	-	203,485	-
Défaut mini	298,233	154,915	0,0279	203,462	203,490	203,434
Ecart maxi	En projection		11 $\mu$ 4 %	0 $\mu$	5 $\mu$	1 $\mu$
	/ox 12 $\mu$ /oy 10 $\mu$ En vraie grandeur : 16 $\mu$					
Ecart maxi entre GAUSS et défaut mini	En projection		0,5 $\mu$ 1,8 %	0 $\mu$	0 $\mu$	0 $\mu$
	/ox 1 $\mu$ /oy 0 $\mu$ En vraie grandeur : 1					
Ecart entre les diamètres optimisés aux extrêmes et ceux obtenus par						
GAUSS					5 $\mu$	-1 $\mu$
Défaut mini					5 $\mu$	-1 $\mu$

Remarque : On peut déjà observer que la méthode de GAUSS donne un défaut de forme supérieur de 14 à 20 % au défaut de forme obtenu par le critère défaut de forme mini.

Deuxième série de cas : Les points ne sont répartis que sur une portion de la circonférence.

Si la répartition des points de mesure se fait sur une portion de cercle inférieure à la moitié de la circonférence, l'optimisation suivant les critères rayon maxi intérieur ou rayon mini extérieur donne des solutions aberrantes, en effet les solutions obtenues sont alors un cercle de rayon infini dans le premier cas et un cercle de centre et de défaut de forme aberrants dans le deuxième cas. La figure ci-dessous illustre ces résultats.

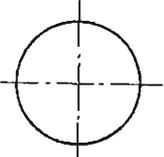
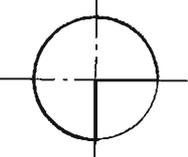
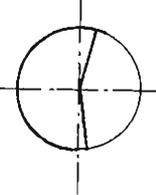


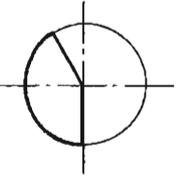
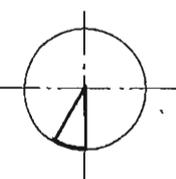
On se limitera dans les cas suivants à une résolution par GAUSS et par le critère défaut de forme mini.

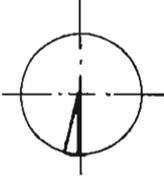
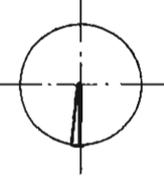
Cas\_5 : Cercle de diamètre 57 mesuré en 16 points sur un arc de cercle inférieur à la moitié du pourtour.

Type de Résolution	Centre		Défaut de forme	Diamètres associés		
	Xop	Yop		moyen	extérieur	intérieur
GAUSS	107.921	398.778	0.038	57.312	57.350	52.274
Maxi intér.	Solution aberrante au problème (Défaut de 346.159 mm) .					
Mini extér.	Ce problème n'a pas du tout de solution d'après le Simplexe .					
Défaut mini	107.926	398.792	0.032	57.288	57.321	57.256
Ecart maxi	En projection /ox 5 μ /oy 14 μ		5,5 μ	24 μ	29 μ	18 μ
	En vraie grandeur : 15 μ		16 %			

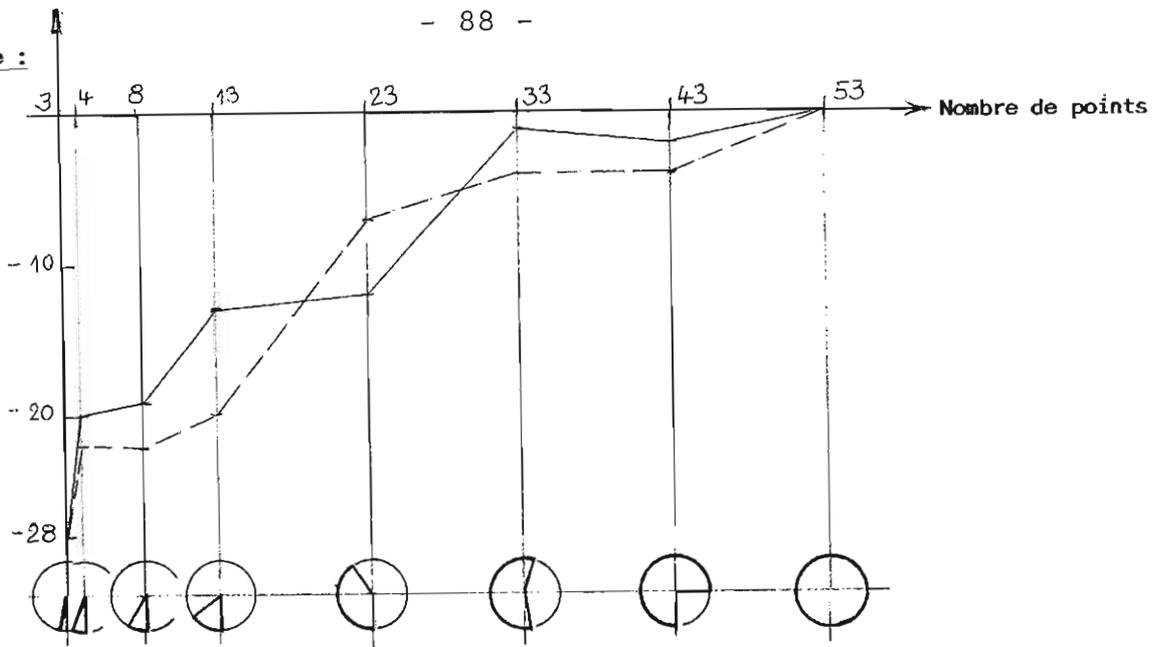
Cas 6 : Sur un cercle de diamètre de 203,5 mm on a 53 mesures avec une densité moyenne de 1 point par 12 mm. On optimise toujours le même cercle, suivant les différents critères mais en réduisant de manière régulière la longueur de la circonférence mesurée.

Nombre de points et répartition		Critère de GAUSS	Critère Défaut mini	Ecart 100(GAUSS-Déf.mini) Déf.mini
Cas 6-1 53 points	Défaut de forme	0,0284	0,0279	0,5 μ 18 %
	∅ du cercle ext.	203,462	203,462	0 μ 0 %
	Coordonnées du centre	298,232	298,233	1 μ 0 %
		154,915	154,915	0 μ 0 %
Cas 6-2 43 points	Défaut de forme et écart/cas 1	0,0260 -2 μ	0,0240 -4 μ	2 μ 8 %
	∅ du cercle	203,455	203,454	1 μ 0 %
	Ecart/cas 1	- 7 μ	- 8 μ	
	Coordonnées du centre et écart/cas 1	298,229 -3 μ	298,227 -6 μ	2 μ 0 %
		154,917 2 μ	154,917 2 μ	0 μ 0 %
	Ecart absolu	3,6 μ	6,32 μ	
Cas 6-3 33 points	Défaut de forme et écart/cas 1	0,0271 -1 μ	0,0240 -4 μ	3 μ 13 %
	∅ du cercle et écart/cas 1	203,452 -10μ	203,454 -8μ	2 μ 0 %
	Coordonnées du centre et écart/cas 1	298,224 -8 μ	298,227 -6 μ	3 μ 0 %
		154,918 3 μ	154,917 2 μ	1 μ 0 %
	écart absolu	8,54 μ	6,32 μ	

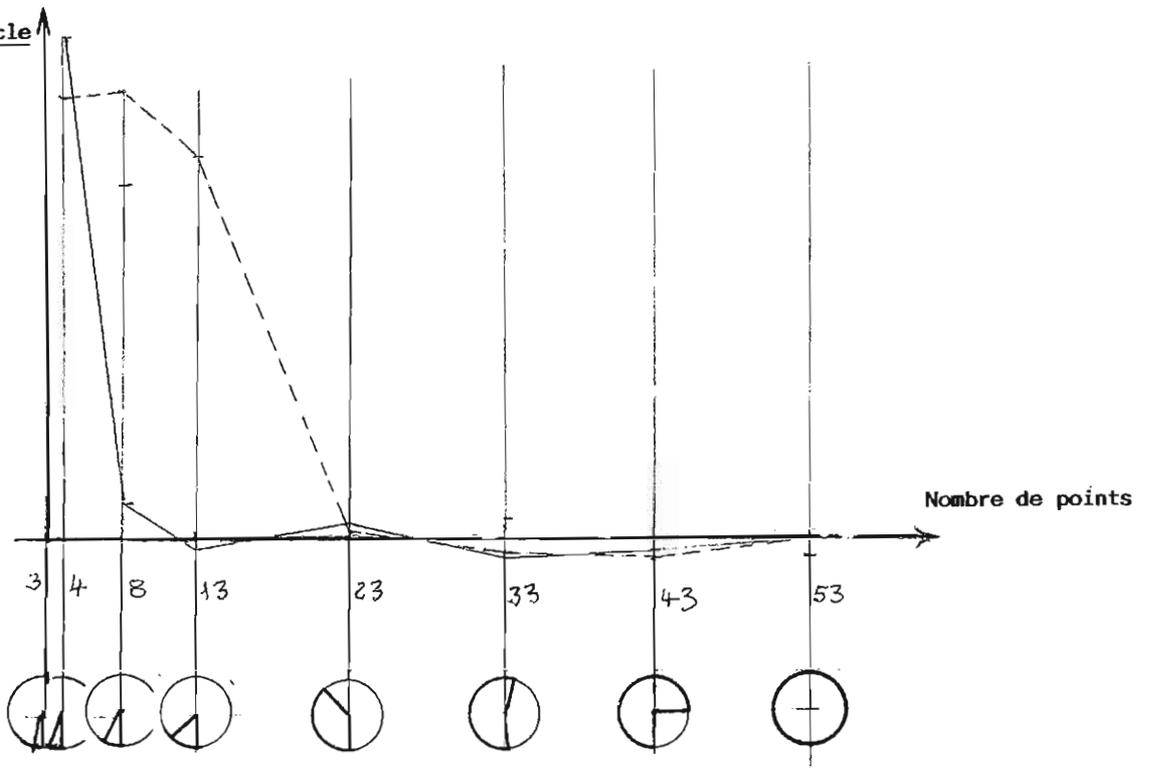
Nombre de points et répartition		Critère de GAUSS	Critère défaut mini	Ecart 100(GAUSS-Déf.mini)	
				Déf. mini	
Cas 6-4					
23 points	Défaut de forme et écart /cas 1	0,022 - 12 μ	0,0205 -7,4 μ	2 μ	7 %
	∅ du cercle et écart /cas 1	203,471 9 μ	203,470 8 μ	1 μ	
	Coordonnées du centre et écart/cas 1	298,238 6 μ	298,237 4 μ	1 μ	
		154,926 11 μ	154,921 6 μ	5 μ	
	écart absolu	12,52 μ	7,21 μ		
Cas 6-5					
13 points	Défaut de forme écart /cas 1	0,0145 -13 μ	0,0073 -20 μ	7,2 μ	98 %
	∅ du cercle et écart /cas 1	203,458 -4 μ	203,576 +114 μ	118 μ	0,05 %
	Coordonnées du centre et écart/cas 1	298,240 8 μ	298,269 36 μ	29 μ	
		154,016 -1 μ	154,977 62 μ	61 μ	
	écart absolu	8,12 μ	71 μ		
Cas 6-6					
8 points	Défaut de forme écart /cas 1	0,0089 -19 μ	0,0056 -22 μ	3,3 μ	58 %
	∅ du cercle écart / cas 1	203,538 +76 μ	203,692 230 μ	154 μ	0,07 %
	Coordonnées du centre et écart/cas 1	298,262 30 μ	298,274 41 μ	12 μ	
		154,957 42 μ	155,035 120 μ	95 μ	
	écart absolu	51 μ	126 μ		

Nombre de points et répartition		Critère de GAUSS	Critère défaut mini	Ecart 100(GAUSS-Déf.mini)	
				Déf. mini	
Cas 6-7					
4 points	Défaut de forme et Ecart/cas 1	0,0079 -20 $\mu$	0,0056 -22 $\mu$	2,3 $\mu$	41 %
	$\varnothing$ du cercle et écart /cas 1	204,934 +472 $\mu$	203,784 +222 $\mu$	1250 $\mu$	
	Coordonnées du centre et écart/cas 1	298,270 38 $\mu$	298,031 41 $\mu$	4 $\mu$	
	et écart/cas 1	155,657 742 $\mu$	155,031 116 $\mu$	626 $\mu$	
	écart absolu	742 $\mu$	123 $\mu$		
Cas 6-8					
3 points	Défaut de forme et Ecart/cas 1	0 -28 $\mu$	0 -27 $\mu$	0	
	$\varnothing$ du cercle et écart/cas 1	207,439 3987 $\mu$	207,449 3987 $\mu$	0	
	Coordonnées du centre et écart/cas 1	298,153 79 $\mu$	298,153 79 $\mu$	0	
	et écart/cas 1	156,913 1998 $\mu$	156,913 1998 $\mu$	0	
	écart absolu	1999 $\mu$	1999 $\mu$		

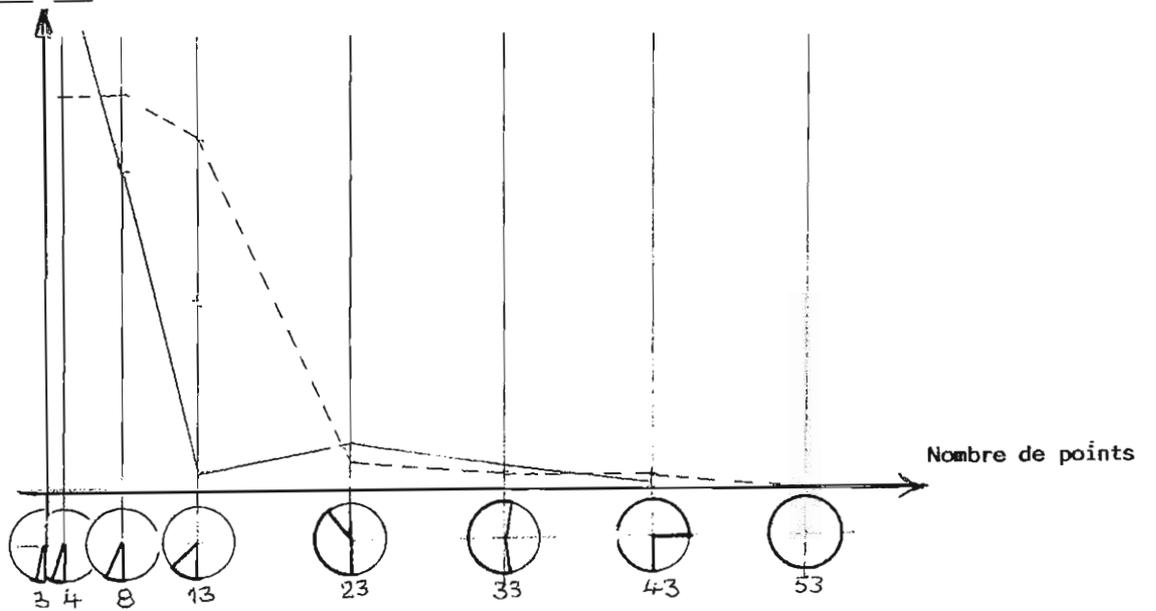
Défaut de forme :  
en micron



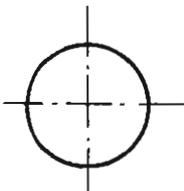
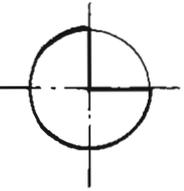
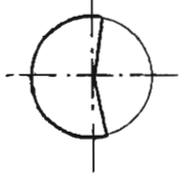
Diamètre du cercle

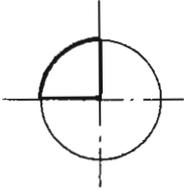
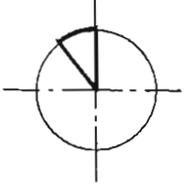


Coordonnées du centre :



Cas 7 : Même étude que le cas N°6 avec un cercle de diamètre  
186,5 mesuré en 13 points  
densité : 1/45 mm.

Nombre de points et répartition		Critère de GAUSS	Critère défaut mini	Ecart	
				100(GAUSS-Déf.mini) Déf. mini	
Cas 7-1					
13 points	Défaut de forme	0,536	0,468	67 μ	14 %
	∅ du cercle	186,396	186,419	23 μ	
	Centre du cercle	744,667	744,618	49 μ	
		149,350	149,296	54 μ	
Cas 7-2					
10 points	Défaut de forme et Ecart/cas 1	0,551 +15 μ	0,468 0 μ	83 μ	17 %
	∅ du cercle et Ecart/cas 1	186,384 12 μ	186,419 0 μ	35 μ	
	Centre du cercle et Ecart/cas 1	744,681 14 μ 149,360 10 μ	744,618 0 μ 149,296 0 μ	63 μ	
	Ecart absolu	17 μ	0 μ	64 μ	
Cas 7-3					
7 points	Défaut de forme et Ecart:cas 1	0,360 176 μ	0,234 234 μ	126 μ	53 %
	∅ du cercle et Ecart/cas 1	186,587 191 μ	186,439 20 μ	148 μ	
	Centre du cercle et Ecart/cas 1	745,007 340 μ 149,453 103 μ	744,751 133 μ 149,475 179 μ	744 μ 22 μ	
	Ecart absolu	355 μ	223 μ		

Nombre de points et répartition		Critère de GAUSS	Critère défaut mini	Ecart
				100(GAUSS-Déf.mini) Déf. mini
Cas 7-4				
4 points	Défaut de forme et Ecart/cas 1	0,0904 446 $\mu$	0,0704 398 $\mu$	28 %
	$\varnothing$ du cercle et Ecart/cas 1	184,862 -1534 $\mu$	185,172 -1247 $\mu$	690 $\mu$
	Centre du cercle et Ecart/cas 1	744,142 - 525 $\mu$	744,286 - 332 $\mu$	144 $\mu$
	Ecart absolu	150,142 792 $\mu$	150,049 753 $\mu$	93 $\mu$
		950 $\mu$	822 $\mu$	
Cas 7-5				
3 points	Défaut de forme et Ecart/cas 1	0 - 536 $\mu$	0 - 468 $\mu$	
	$\varnothing$ du cercle et Ecart/cas 1	183,203 -3193 $\mu$	183,203 -3216 $\mu$	
	Centre du cercle et Ecart/cas 1	743,950 - 717 $\mu$	743,950 - 668 $\mu$	
	Ecart absolu	151,016 1666 $\mu$	151,016 1720 $\mu$	
		1813 $\mu$	1845 $\mu$	

Conclusion :

On observe dans tous les cas étudiés un gain significatif du défaut de forme entre le critère défaut mini et le critère des moindres carrés, pouvant aller dans les cas de longueur de circonférence palpée inférieure à  $D/4$  jusqu'à 98 %.

On remarque également que les diamètres des cercles tangents extérieurs ou intérieurs obtenus par le critère défaut de forme mini sont toujours plus près des diamètres optimisés mini ou maxi tangents extérieurs ou intérieurs que ceux obtenus par GAUSS.

On constate également que si la longueur de la zone palpée est supérieure au quart de la longueur de la circonférence, les deux méthodes GAUSS et Défaut mini donneront si la densité de points mesurés est importante des variations de diamètre et de position du centre du cercle optimisé semblables. Dans le cas d'un nombre de points faibles on observe une plus faible dispersion des résultats obtenus par le critère défaut de forme mini.

Si la zone de mesure est inférieure au quart de la circonférence les résultats divergent dans les deux méthodes.

**5.1.2 Cas particulier d'un cercle palpé en 4 points [NAW.81] répartis sur la surface suivant deux directions perpendiculaires.**

Ce cas particulier correspond au cas le plus couramment utilisé en métrologie classique. L'essai a été fait sur un diamètre de 183 mm.

Les résultats sont les suivants :

Type de Résolution	Centre		Défaut de forme	Diamètres associés		
	Xop	Yop		Moyen	Extérieur	Intérieur
Gauss	744.721	149.358	0.345	183.604	183.450	182.759
Maxi Intérieur	744.729	149.685	0.655	-	-	182.794
Mini Extérieur	745.037	149.353	0.650	-	183.429	-
Défaut mini	744.711	149.358	0.335	183.614	183.449	182.779
Ecart maxi	En projection /ox 692 $\mu$ /oy 332 $\mu$ En vraie grandeur : 767		315 $\mu$	10 $\mu$	21 $\mu$	35 $\mu$
Ecart maxi entre GAUSS et Défaut mini	En projection /ox 10 $\mu$ /oy 0 $\mu$ En vraie grandeur : 10 $\mu$		10 $\mu$ 3 %	10 $\mu$	1 $\mu$	20 $\mu$
Ecart entre les diamètres optimisés aux extrémums et ceux obtenus par : GAUSS					21 $\mu$	-35 $\mu$
Défaut mini					20 $\mu$	-15 $\mu$

On remarque :

que si l'on fait passer une ellipse par les 4 points mesurés on obtient comme centre celui obtenu par le critère défaut mini (744.711 ; 149.358),

que le centre obtenu par GAUSS est le même que celui obtenu par l'intersection des médiatrices des deux cordes de direction perpendiculaires (744.721 ; 149.358).

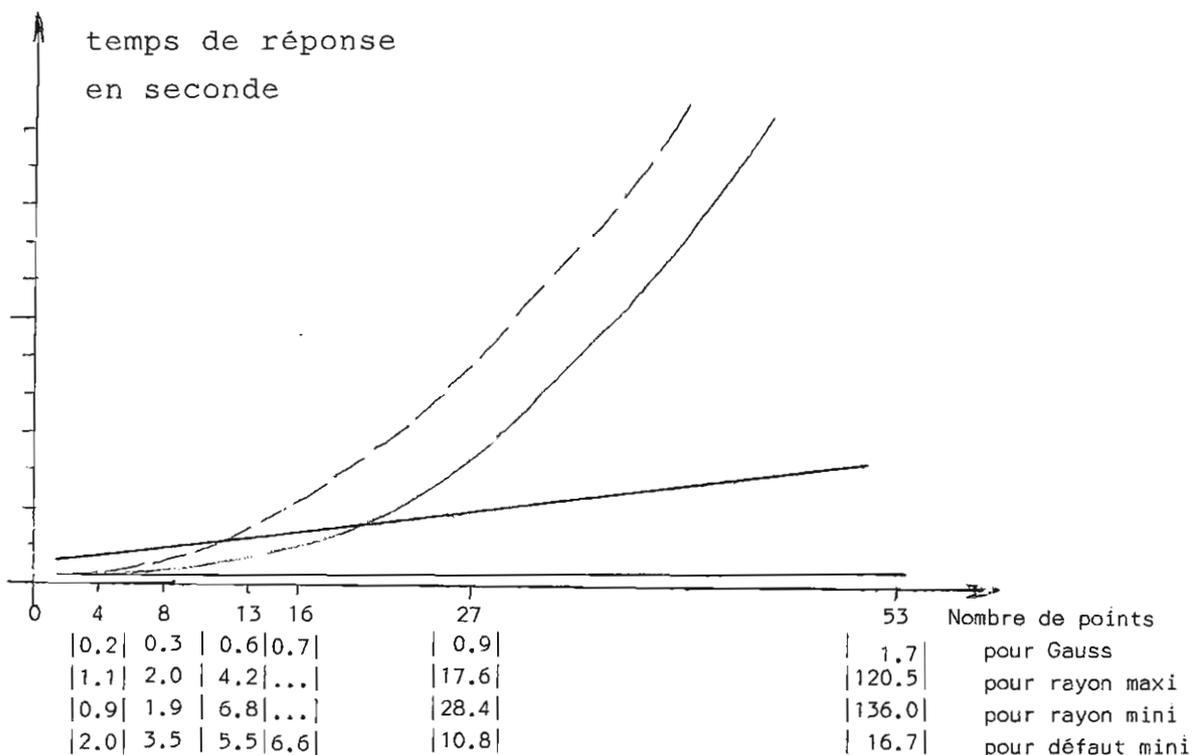
Que les cercles obtenus par les critères rayon maxi et rayon mini passent par trois des quatres points et que leurs centres sont très éloignés des solutions de GAUSS et de Défaut mini.

### 5.1.3 Influence du nombre de points sur le temps de calcul

Le temps de calcul a été mesuré sur un HP 9826 possédant une ROM spécialisée en calcul matriciel.

Contrairement à la méthode du simplexe optimisé suivant le critère défaut mini, il est nécessaire dans les trois autres méthodes de calculer tous les écarts  $e_i$  pour connaître ensuite le défaut de circularité.

On peut représenter graphiquement les résultats :



On remarque :

- que le temps croît d'une façon exponentielle pour les deux critères rayon maxi, rayon mini.

- que les temps de calcul sont dans un rapport de 10 entre le critère de GAUSS et celui du défaut mini.

- que pour un nombre de points de mesure inférieur à 12 points (dans la pratique des machines à mesurer on utilise 4.6.8 points) le temps de calcul reste raisonnable.

5.1.4 Accroissement du défaut de forme obtenu par GAUSS par rapport au critère défaut de forme mini :

On a :

$$\text{gain en \%} = \frac{\text{Défaut par GAUSS} - \text{Défaut mini}}{\text{Défaut mini}} * 100$$

En regroupant les résultats on obtient :

Nbr de pts	Nom du fichier	Défaut GAUSS	Défaut mini	Gain	Gain en %
4	Cer 4 pf	0.3457	0.3354	0.0103	3 %
16	ArCERf	0.0380	0.0325	0.0055	16 %
8	Cerclf	0.0126	0.0108	0.0118	16 %
27	Cerclf	0.0167	0.0140	0.0027	19 %
13	MaCerf	0.5360	0.4687	0.0673	14 %
53	Mandrf	0.0284	0.0279	0.0005	1,8 %

Le gain moyen est de 11 %, si on élimine les deux valeurs extrêmes : correspondant à 4 points palpés et à 53 points palpés, le gain est alors de 16 %.

En conclusion la méthode du défaut mini améliore de manière significative le défaut de forme par rapport à la méthode de GAUSS

### 5.1.5 Conclusion

Le temps de calcul le plus court est obtenu par la méthode de Gauss, ceci est d'autant plus vrai que le nombre de points est important, en effet le temps de calcul obtenu par la méthode du simplexe est multiplié par 10 dans le cas du critère défaut de forme mini, et croît exponentiellement avec le nombre de points dans les cas des deux autres critères cercle maxi et cercle mini tangents.

Pour obtenir un défaut de forme plus faible, il est nécessaire de faire un compromis entre gain du défaut de forme et temps de calcul. Pour cela un cercle défini par un nombre de points inférieur à 12 permet un gain du défaut de forme de l'ordre de 15 % avec un temps de calcul raisonnable inférieur à 4 secondes et ceci sans aucune restriction sur la répartition des points sur le cercle.

Si l'on désire obtenir le rayon maxi intérieur ou le rayon mini extérieur, il est impératif de mesurer les points sur un arc de cercle supérieur à la moitié de la circonférence du cercle. Le nombre de points doit être limité à 8 ou 12 pour éviter un temps de réponse trop important.

Les diamètres des cercles tangents extérieurs ou intérieurs obtenus par le critère de défaut de forme mini sont toujours plus près des diamètres optimaux mini ou maxi tangents extérieurs ou intérieurs que ceux obtenus par Gauss.

## 5.2 Cas du cylindre

Les mesures ont été effectuées sur des cylindres d'axes sensiblement parallèles à l'axe z. En annexe E nous donnons les tableaux de coordonnées des points palpés ainsi que les écarts optimisés par les algorithmes définis précédemment.

Les résultats obtenus sont :

- les coordonnées du point de l'axe optimisé appartenant au point de mesure de cote maxi.
- le diamètre moyen correspondant à la demi-somme des diamètres maxi et mini.
- le défaut de forme.
- les angles de rotation en radian autour des axes x et y.

Nous avons fait varier : le nombre de points de mesure, leur répartition sur le cylindre, le rapport (h/d) c'est-à-dire la hauteur de mesure sur le diamètre du cylindre.

Première série de mesure ; les points sont uniformément répartis sur des cercles.

1er Cas : Cylindre de  $\phi$  199.5 mesuré en 12 points répartis sur 3 cercles de rapport h/d = 0,15.

Type de Résolution	GAUSS	Maxi Intérieur	Mini Extérieur	Défaut mini	
Point de l'axe,	X =	190.798	190.683	190.681	190.740
	Y =	216.817	216.890	216.724	216.839
	Z =	-411.482	-411.482	-411.482	-411.482
Diamètres	Moyen=	199.462	-	-	199.474
	Ext. =	199.720	-	199.686	199.697
	Int. =	199.205	199.260	-	199.254
Défaut de forme	=	0.2574	0.3253	0.2686	0.2184
Rotation autour de x		0.002062	0.004084	-0.002918	0.000485
autour de y		0.005021	0.006094	0.012889	0.009276

**Comparaison des résultats obtenus :**

A - Ecart maxi entre les positions du point de l'axe obtenu par :

- a) les 4 types d'optimisation
  - en proj. sur ox : 117 μ
  - en proj. sur oy : 166 μ
  - en vraie grandeur : 203 μ
- b) les critères de GAUSS et du défaut mini :
  - en proj. sur ox : 58 μ
  - en proj. sur oy : 22 μ
  - en vraie grandeur : 62 μ

B - Ecart maxi en μ/100 mm dû aux différentes orientations des axes obtenu par:

- les 4 types d'optimisation, 498 μ
  - la méthode de GAUSS et du défaut mini : 157 μ
- $$100 \sqrt{(\alpha_2 - \alpha_1)^2 + (\beta_2 - \beta_1)^2}$$

C - Ecart maxi du défaut de forme entre :

- les 4 types d'optimisation : 107 μ soit 50 %,
- la méthode de GAUSS et du défaut mini : 39 μ soit 18 %.

D - Ecart, entre le diamètre mini extérieur et les diamètres tangents extérieurs, obtenu par:

GAUSS : 34 μ  
 défaut mini : 11 μ

Ecart, entre le diamètre maxi intérieur et les diamètres tangents intérieurs, obtenu par

GAUSS : 55 μ  
 défaut mini : 6 μ

2ème Cas : Cylindre de Ø 118 mesuré en 32 points répartis sur 4 cercles de rapport h/d = 0,5

Type de Résolution	GAUSS	Maxi Intérieur	Mini Extérieur	Défaut mini	
Point de l'axe	X =	274.739	274.783	274.719	274.634
	Y =	124.089	124.265	123.947	123.924
	Z =	-421.813	-421.813	-421.813	-421.813
Diamètres,	Moyen =	118.463	-	-	118.330
	Extér. =	117.017	-	118.710	118.868
	Intér. =	117.910	118.001	-	117.980
Défaut de forme	=	0.5537	0.6291	0.5305	0.4437
Rotation autour de x		0.001120	0.003913	0.001696	-0.001127
autour de y		-0.002803	-0.000704	-0.003183	-0.002473

**Comparaison des résultats obtenus :**

A - Ecart maxi entre les positions du point de l'axe obtenu par :

- a) les 4 types d'optimisation
- en proj. sur ox : 149 μ
  - en proj. sur oy : 341 μ
  - en vraie grandeur : 372 μ

- b) les critères de Gauss et du défaut mini :
- en proj. sur ox : 105 μ
  - en proj. sur oy : 165 μ
  - en vraie grandeur : 195 μ

B - Ecart maxi en μ /100 mm, dû aux différentes orientations des axes, obtenu par :

- les 4 types d'optimisation
- la méthode de Gauss et du défaut mini : 227

$$100 \sqrt{(\alpha_2 - \alpha_1)^2 + (\beta_2 - \beta_1)^2}$$

C - Ecart maxi du défaut de forme entre :

- les 4 types d'optimisation : 185μ soit 41 %
- la méthode de Gauss et du défaut mini : 110μ soit 24 %

D - Ecart, entre le Ø mini extérieur et les Ø tangents extérieurs, obtenu par :

- Gauss : 307 μ
- Défaut mini : 158 μ

Ecart, entre le diamètre maxi intérieur et les diamètres tangents intérieurs, obtenu par :

- Gauss : 91 μ
- Défaut mini : 21 μ

Deuxième série de mesure: les points sont répartis sur une portion de cylindre légèrement supérieure à la moitié de la circonférence; cas d'un cylindre de diamètre 94 mesuré en 31 points sur une hauteur de 55 mm.

Type de résolution	GAUSS	Maxi Intérieur	Mini Extérieur	Défaut mini	
Point de l'axe	X =	85.424	85.368	85.436	85.430
	Y =	41.464	41.478	41.468	41.438
	Z =	-327.456	-327.456	-327.456	-327.456
Diamètres	Moyen =	93.905	...	...	93.944
	Extér.=	93.952	...	93.932	93.952
	Intér.=	93.858	93.887	...	93.856
Défaut de forme	=	0.0471	0.0873	0.0463	0.0431
Rotation autour de	x	0.000154	-0.000096	-0.000272	0.000341
	Y	0.000418	-0.000926	0.000337	0.000869

**Comparaison des résultats obtenus :**

A - Ecart maxi entre les positions du point de l'axe obtenu par :

- a) les 4 types d'optimisation
  - en proj. sur ox : 68  $\mu$
  - en proj. sur oy : 40  $\mu$
  - en vraie grandeur : 79  $\mu$

- b) les critères de GAUSS et du défaut mini :
  - en proj. sur ox : 6  $\mu$
  - en proj. sur oy : 26  $\mu$
  - en vraie grandeur : 26  $\mu$

B - Ecart maxi en  $\mu/100$  mm dû aux différentes orientations des axes obtenu par:

- les 4 types d'optimisation, 81  $\mu$
- la méthode de GAUSS et du défaut mini : 48  $\mu$   
 $100 \sqrt{(\alpha_2 - \alpha_1)^2 + (\beta_2 - \beta_1)^2}$

C - Ecart maxi du défaut de forme entre :

- les 4 types d'optimisation : 44  $\mu$  soit 100 %
- la méthode de GAUSS et du défaut mini : 4  $\mu$  soit 10 %

D - Ecart entre le diamètre mini extérieur et les diamètres tangents extérieurs obtenu par:

GAUSS : 20  $\mu$   
défaut mini : 20  $\mu$

Ecart entre le diamètre maxi intérieur et les diamètres tangents intérieurs obtenu par

GAUSS : 29  $\mu$   
Défaut mini : 21  $\mu$

En conclusion nous pouvons faire les mêmes observations que dans le cas du cercle. Ainsi le critère défaut de forme mini améliore le défaut de forme obtenu par gauss de 10 % au moins et ceci pour un temps de calcul multiplié par 15, ce temps de calcul reste raisonnable pour un faible nombre de points de mesure. les critères plus grand ou plus petit cylindre tangent du côté libre de la matière ne sont applicables que si les points mesurés sont répartis sur plus de la moitié du demi-cylindre. Enfin les diamètres extérieur et intérieur des cylindres obtenus par le critère défaut de forme mini sont plus près des diamètres optimaux mini ou maxi tangents extérieurs ou intérieurs que ceux obtenus par le critère de GAUSS.

### 5.3 Cas du plan :

Les mesures ont été effectuées sur des plans de direction générale parallèle au plan x y du marbre de la machine à mesurer. En annexe 6 nous donnons les tableaux de coordonnées des points palpés ainsi que les écarts optimisés par les critères de GAUSS et du défaut de forme mini.

Les résultats obtenus sont :

- L'orientation de la direction du plan optimisé donnée par deux angles autour des axes ox et oy.
- Le défaut de forme.
- les coordonnées suivant l'axe z des points d'intersection du plan moyen et du plan de GAUSS avec l'axe z.

Nous avons fait varier le nombre de points de mesure.

#### 5.3.1 Résultats expérimentaux

Cas N°1 : Plan défini par 6 points.

Type de Résolution	Orientation en rd		Défaut de forme	Translation W suivant l'axe z
	suivant X	suivant Y		
GAUSS	-0.000236	0.000187	0.0096	-0.00269
Défaut mini	-0.000277	0.000188	0.0083	-0.00416
Écarts entre les deux critères	0,4 $\mu$ /100mm	0,1 $\mu$ /100 mm	1 $\mu$ 15 %	1,5 $\mu$

Cas N°2 : Plan défini par 9 points.

Type de Résolution	Orientation		Défaut de forme	Translation w suivant l'axe z
	suivant X	suivant Y		
GAUSS	0.000132	0.000464	0.0116	-0.00207
Défaut mini	0.000196	0.000437	0.0106	-0.00061
Écarts entre les deux critères	6 $\mu$ /100 mm	3 $\mu$ /100 mm	1 $\mu$ 10 %	1,5 $\mu$

Cas N°3 : Plan défini par 30 points.

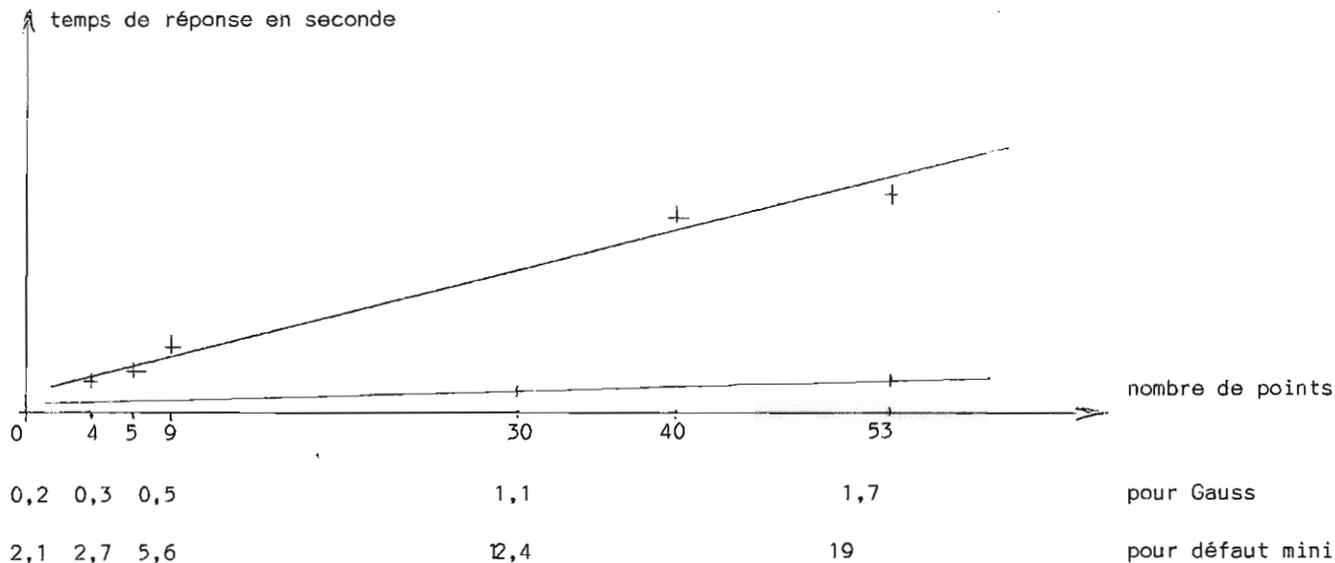
Type de Résolution	Orientation		Défaut de forme	Translation w suivant l'axe z
	suivant X	suivant Y		
GAUSS	0.002755	0.000203	0.0216	0.00935
Défaut mini	0.002798	0.000224	0.0201	0.01007
Écarts entre les deux critères	4 $\mu$ /100 mm	2 $\mu$ /100 mm	1,5 $\mu$ 7 %	0 $\mu$

Cas N°4 : Plan défini par 53 points.

Type de Résolution	Orientation		Défaut de forme	Translation w suivant l'axe z
	suivant X	suivant Y		
GAUSS	-0.000217	0.000620	0.1727	0.07678
Défaut mini	-0.000314	0.001243	0.1647	0.05463
Écarts entre les deux critères	9 $\mu$ /100 mm	62 $\mu$ /100 mm	8 $\mu$ 5 %	22 $\mu$

### 5.3.2 Influence du nombre de points sur le temps de calcul

Graphiquement les résultats sont les suivants :



Le temps de calcul pour le critère défaut mini est de l'ordre de 10 fois supérieur au temps de calcul du critère de GAUSS.

### 5.3.3 Variation du défaut de forme obtenu par le critère de défaut mini et le critère de GAUSS.

On a :

$$\text{gain en \%} = \frac{\text{défaut par GAUSS} - \text{défaut mini}}{\text{Défaut mini}} * 100$$

En regroupant les résultats on obtient :

Nbr de pts	Nom du fichier	Défaut GAUSS	Défaut mini	Gain	Gain en %
6	Plan1f	0.0096	0.0083	0.0013	15 %
9	Plan2f	0.0116	0.0106	0.0010	10 %
30	Plan3f	0.0216	0.0201	0.0015	7 %
53	Mandrf	0.1727	0.1647	0.0080	5 %

On remarque que le gain de défaut de forme décroît avec le nombre de points.

En métrologie on utilise le plus souvent un nombre de points situé entre 4 et 12. Le gain en défaut de forme est alors significatif et justifie le critère défaut de forme mini, par contre pour un nombre de points important le gain en défaut de forme n'est plus significatif et compte tenu des temps de calcul le critère de GAUSS est alors préférable.

#### 5.4 Influence des points aberrants sur les résultats obtenus par les différents critères d'optimisation.

Pendant le palpage d'une surface, il se peut que l'un des points palpés ne provienne pas de l'élément géométrique contrôlé, mais parvienne du palpage non désiré d'un chanfrein, du contact imprévu entre la queue porte sphère du palpeur et la pièce (dans le cas de sphère de palpage de petit diamètre); ou de tout autre aléa de mesure. Or ce genre de points modifie les résultats obtenus après optimisation.

Il paraît intéressant de mettre en évidence au moyen d'une méthode statistique les mesures aberrantes. Pour cela nous prendrons deux cas correspondant à deux types de surfaces différents (cercle, plan) en se plaçant dans le cas favorable d'une étude statistique où le nombre de points mesurés est important.

#### 5.4.1 Cas du cercle palpé en 27 points défini dans l'étude comparative des différentes méthodes.

On introduit dans la liste des points de mesure un point aberrant en modifiant le point N°25 d'une manière significative. Ainsi l'écart de mesure passe de 0,009 à 0,210 (annexe F).

En appliquant à ce nouvel ensemble de points de mesure une optimisation suivant les critères de GAUSS et de défaut de forme mini on obtient les résultats suivants :

	Critère de GAUSS		Critère défaut de forme mini	
	sans pt aberrant	avec pt aberrant	sans pt aberrant	avec pt aberrant
Défaut de forme	0,016	0,225	0,014	0,218
Centre du cercle associé	X	160,230	160,222	160,232
	y	142,805	142,790	142,804
Diamètre du cercle moyen	32,126	31,946	32,126	32,122

Comparaison des deux résultats :

Le défaut de forme intègre le point aberrant et la différence des résultats entre les deux méthodes reste la même avec ou sans point aberrant. La valeur obtenue en défaut de forme est une bonne indication sur l'existence d'un point aberrant.

La position du centre du cercle associé est plus fortement perturbée dans le cas du critère défaut de forme mini (48  $\mu$  sur x ; 98  $\mu$  sur y) que dans le cas du critère de GAUSS (8  $\mu$  sur x ; 15  $\mu$  sur y) mais dans les deux cas les différences de cotes sont significatives respectivement 109  $\mu$  et 17  $\mu$ .

Le diamètre du cercle moyen est fortement perturbé dans la méthode de GAUSS (+ 180  $\mu$ ) et reste insensible dans la méthode du défaut mini( + 4  $\mu$ )

Validité d'une méthode statistique de détection des points aberrants appliqués aux deux critères GAUSS et défaut de forme mini :

Cette méthode consiste à faire l'hypothèse que la distribution des écarts est GAUSSIENNE, et qu'un écart optimisé  $e_i$  à l'extérieur de l'intervalle  $m \pm 3\sigma$  peut être considéré avec un risque de 99,72 % d'être un point aberrant.

On vérifie bien expérimentalement que le point 25 est à l'extérieur de l'intervalle obtenu sur les écarts optimisés par Gauss, en effet on a (annexe 5) :

$m = 0,05$        $\sigma = 0,41$   
soit l'intervalle  $[-0,128 ; 0,117]$   
avec l'écart  $e_{25}$  optimisé par Gauss égal à - 0,199

Par contre l'optimisation suivant le critère défaut de forme mini ne donne pas une répartition Gaussienne des écarts et par suite l'écart optimisé du point 25 se trouve à l'intérieur de l'intervalle  $m \pm 3 \sigma$ . En effet on a :

$$m = 0,05 \quad \sigma = 0,076$$

soit l'intervalle  $(- 0,179 ; 0,281)$

avec  $e_{25}$  optimisé par le critère défaut de forme mini égal à  $-0,05$  inclu dans l'intervalle.

#### 5.4.2 Deuxième cas : cas du plan mesuré en 30 points étudiés précédemment.

On introduit comme dans l'étude du cercle un point aberrant, pour cela on introduit un écart de 0,2 sur le point 1 (annexe F).

On obtient les résultats suivants :

	Critère de GAUSS		Critère défaut de forme mini	
	sans pt aberrant	avec pt aberrant	sans pt aberrant	avec pt aberrant
Défaut de forme	0,0216	0,1630	0,0201	0,1449
Orientation du plan				
x	0,002757	0,003085	0,002798	0,004033
y	0,000203	-0,000062	0,000224	-0,000528

Comme dans le cas précédent on n'observe pas de différence

significative entre les résultats obtenus par les deux critères d'optimisation. La valeur du défaut de forme reste une bonne indication sur l'existence d'un point aberrant mais seul un tri statistique sur les écarts optimisés par Gauss permet de l'éliminer, en effet le point aberrant reste dans l'intervalle  $\pm 3 \sigma$  lorsque l'optimisation est faite suivant le critère défaut de forme mini.

### 5.5 Conclusion

De cette étude nous pouvons tirer les remarques suivantes :

- \* L'optimisation par le critère défaut de forme mini améliore en moyenne de 15 % le défaut de forme obtenu par le critère de Gauss. Cette amélioration est plus faible lorsque le nombre de points palpés est supérieur à 20 points. Le temps de calcul nécessaire au critère défaut de forme mini est dix fois plus important que celui nécessaire au critère de Gauss mais reste dans une limite acceptable quand le nombre de points est inférieur à 12. Par contre le temps de calcul nécessaire aux critères plus grande ou plus petite surface tangente du côté libre de la matière croît de façon exponentielle avec le nombre de points.
- \* Dans tous les cas traités la surface tangente du côté libre de la matière obtenue par le critère défaut de forme mini est plus près de l'optimum (plus grande ou plus petite surface tangente du côté libre de la matière) que celle obtenue par le critère de Gauss.
- \* La répartition des points sur la surface a une influence sur les résultats. Il est souhaitable de les répartir de façon régulière sur toute la surface. Dans le cas de surface fermée les critères de plus grande ou plus petite

surface tangente du côté libre de la matière ne s'applique que si les points sont répartis sur plus de la moitié de la surface.

Dans le cas d'une répartition inférieure au quart de la surface fermée, aucune des deux méthodes de Gauss et du défaut de forme mini ne donnent un meilleur résultat.

Lorsque le nombre de points palpés est statistiquement important seule la méthode de Gauss permet de détecter les points de mesure aberrants. Dans tous les cas la valeur du défaut de forme est une bonne indication sur la présence d'un point aberrant.

En conclusion, dans le cas d'un nombre de points important la méthode de Gauss allie les avantages d'un temps de calcul rapide, d'une étude statistique des écarts optimisés, d'un défaut de forme très proche du défaut de forme mini. Par contre dans les cas d'un nombre de points inférieur à 12, cas classique de la métrologie tridimensionnelle le critère défaut de forme mini a l'avantage pour un temps de calcul raisonnable de donner un résultat conforme à la norme, et dans le cas de surface fermée de donner une solution plus proche de l'optimum tangent du côté libre de la matière que la méthode de Gauss.

L'utilisation du critère plus grande ou plus petite surface tangente du côté de la matière doit être réservée à des cas particuliers où le temps de calcul n'est pas prioritaire.

Contrairement au critère de Gauss, les critères défaut de forme mini et de plus grande ou plus petite surface tangente du côté libre de la matière répondent aux spécifications de la norme.