

CHAPITRE IV

IV - ETUDE DETAILLEE DE L'ASSOCIATION D'UNE SURFACE GEOMETRIQUE IDEALE A UNE SURFACE PALPEE DANS LES CAS DE LA DROITE DU PLAN DE LA SPHERE DU CYLINDRE ET DU CONE

4.0 Présentation de l'étude détaillée

Nous nous sommes placés dans le cas général d'une mesure effectuée sur machine à mesurer tridimensionnelle. La surface à identifier est connue par l'ensemble des coordonnées des centres J_i de la sphère de palpation lorsque celle-ci est venue en contact avec la surface à mesurer, ces coordonnées sont exprimées dans le repère de la machine à mesurer. On suit alors les étapes suivantes :

Première étape :

Définition de la surface géométrique idéale nominale, celle-ci passe par des points J_i privilégiés, elle peut être également définie par une approche statistique. Dans tous les cas on lui attache, une origine et une direction \vec{n} privilégiée, qui permettront de définir un changement d'axes amenant chaque cas de surface étudiée sous une forme canonique centrée sur le système d'axe de mesure de la machine à mesurer.

Deuxième étape :

Par changement d'axes la surface géométrique idéale nominale et les points J_i de mesure sont centrés sur le système d'axe ox, oy, oz de la machine à mesurer, on obtient ainsi l'ensemble des points M_i .

Troisième étape :

Pour tout point M_i on calcul le point théorique M_{thi} correspondant à la surface géométrique idéale nominale ainsi que la normale n_i et l'écart de mesure ξ_i .

Quatrième étape :

On cherche à optimiser la surface géométrique idéale nominale par rapport aux points mesurés en lui faisant subir un petit déplacement répondant à un critère d'optimisation.

Les mises en équations ont été détaillées pour les quatre critères :

- critère de Gauss
- critère de défaut de forme mini
- critère de plus grande surface tangente intérieure
- critère de plus petite surface tangente extérieure.

On obtient dans chaque cas le torseur de petits déplacements optimum.

Cinquième étape :

On définit la surface géométrique idéale associée en faisant subir aux points de définition de la surface géométrique idéale nominale le petit déplacement trouvé à l'étape précédente.

Par rotation et translation inverse de celles effectuées à la deuxième étape on connaît alors la surface géométrique idéale associée aux points J_i centres de la sphère de palpation. Il ne reste plus qu'à tenir compte du sens d'accostage de la machine et du rayon de la sphère de palpation pour obtenir la surface géométrique idéale associée aux points mesurés sur la surface.

Cette étude se termine par le calcul du critère C^* de petits déplacements permettant de vérifier la validité de l'optimisation.

Pour plus de clarté nous avons disposé les calculs sous forme de tableaux, chaque tableau correspond à une des étapes décrites ci-dessus.

4.1 Définition de la surface géométrique idéale nominale

Nature de la surface géométrique idéale nominale	Les points palpés étant connus par les centres J_i de la sphère de palpage la surface géométrique idéale nominale est définie par :	Définition d'une origine et d'une direction permettant de calculer les matrices de changement d'axes	
		Origine (xyz)	\vec{n} (abc)
Droite	Les 2 points J_1, J_2 les plus éloignés de la droite palpée	J_1	$\vec{J}_1 J_2$ normés
Plan	2 points J_1, J_2 les plus éloignés suivant les 3 axes ox, oy, oz . Le point J_3 est le plus éloigné de la droite $J_1 J_2$	J_1	$\vec{n} = \frac{\vec{J}_1 J_2 \wedge \vec{J}_1 J_3}{ \vec{J}_1 J_2 \wedge \vec{J}_1 J_3 }$
Cercle	2 points J_1, J_2 les plus éloignés suivant les 3 axes ox, oy, oz 3ème point J_3 le plus éloigné de la droite $J_1 J_2$	Centre du cercle 0	$\vec{n} = \frac{\vec{J}_1 J_2 \wedge \vec{J}_1 J_3}{ \vec{J}_1 J_2 \wedge \vec{J}_1 J_3 }$
Sphère	Le centre de la sphère $O(x_0, y_0, z_0)$: le premier point ayant l'indice 1 les (N-1) autres points l'indice i donnent par la méthode de GAUSS	Rayon $R = OJ_1$ Centre de la sphère $O(x_0, y_0, z_0)$	$\vec{n} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$

$2 \sum (x_1 - x_i)^2$	$2 \sum (y_1 - y_i)(x_1 - x_i)$	$2 \sum (z_1 - z_i)(x_1 - x_i)$	$\begin{vmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{vmatrix}$
$2 \sum (x_1 - x_i)(y_1 - y_i)$	$2 \sum (y_1 - y_i)^2$	$2 \sum (z_1 - z_i)(y_1 - y_i)$	
$2 \sum (x_1 - x_i)(z_1 - z_i)$	$2 \sum (y_1 - y_i)(z_1 - z_i)$	$2 \sum (z_1 - z_i)^2$	

avec

$$K_1 = \sum (x_1 - x_i)(x_1^2 + y_1^2 + z_1^2) - \sum x_i^2(x_1 - x_i) - \sum y_i^2(x_1 - x_i) - \sum z_i^2(x_1 - x_i)$$

$$K_2 = \sum (y_1 - y_i)(x_1^2 + y_1^2 + z_1^2) - \sum x_i^2(y_1 - y_i) - \sum y_i^2(y_1 - y_i) - \sum z_i^2(y_1 - y_i)$$

$$K_3 = \sum (z_1 - z_i)(x_1^2 + y_1^2 + z_1^2) - \sum x_i^2(z_1 - z_i) - \sum y_i^2(z_1 - z_i) - \sum z_i^2(z_1 - z_i)$$

Rayon de la sphère nominale $R = OJ_1$

Nature de la surface géométrique idéale nominale	les points palpés étant connus par les centres J_i de la sphère de palpé la surface géométrique idéale nominale est définie par :	Définition d'une origine et d'une direction permettant de calculer les matrices de changement d'axes	
		Origine (xyz)	\vec{n} (abc)
Cylindre	<p>Une direction approximative de l'axe \vec{n} est connue</p> <p>Le cercle passant par 3 des points projetés dans un plan perpendiculaire à \vec{n}. (On utilise la matrice de rotation définie par \vec{n}).</p> <p>On choisit les deux points J_1 et J_2 les plus éloignés suivant les axes \vec{ox} et \vec{oy}, le troisième point J_3 est le plus éloigné de la droite $J_1 J_2$.</p>	<p>Un point 0 de l'axe est défini par l'intersection des 2 médiatrices de $J_1 J_2$ et de $J_2 J_3$ dans le plan parallèle à \vec{xy}. La coordonnée z_0 est l'inf. des z_i</p>	\vec{n}
Cône	<p>Une direction approximative de l'axe \vec{n} connue.</p> <p>On choisit le cône d'axe de direction \vec{n} et passant par n points</p> <p>Soit :</p> <p>Le sommet S (x_s, y_s, z_s)</p> <p>1/2 angle au sommet $\text{tg } \alpha = K$</p> <p>En prenant $x_1=0 \quad y_1=0 \quad z_1=0$ et \vec{n} parallèle à \vec{z} on a pour $2 < i < n$</p> $\begin{vmatrix} 2 \sum x_i^2 & 2 \sum x_i y_i & -2 K^2 \sum x_i z_i \\ 2 \sum x_i y_i & 2 \sum y_i^2 & -2 K^2 \sum y_i z_i \\ -2 \sum x_i z_i & -2 \sum y_i z_i & 2 K^2 \sum z_i^2 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{vmatrix}$ <p>Avec</p> $K_1 = \sum x_i^3 + \sum x_i y_i^2 - K^2 \sum x_i z_i^2$ $K_2 = \sum y_i x_i^2 + \sum y_i^3 - K^2 \sum y_i z_i^2$ $K_3 = -\sum z_i x_i^2 - \sum z_i y_i^2 + K^2 \sum z_i^3$ <p>et $x_s^2 + y_s^2 - K^2 z_s^2 = 0$</p> <p>Soit 4 équations à 4 inconnues que l'on résoud (annexe</p>	<p>Sommet S du cône</p> $S \begin{cases} Sx \\ Sy \\ Sz \end{cases}$	\vec{n}

4.2 Définition des matrices de changement d'axes :

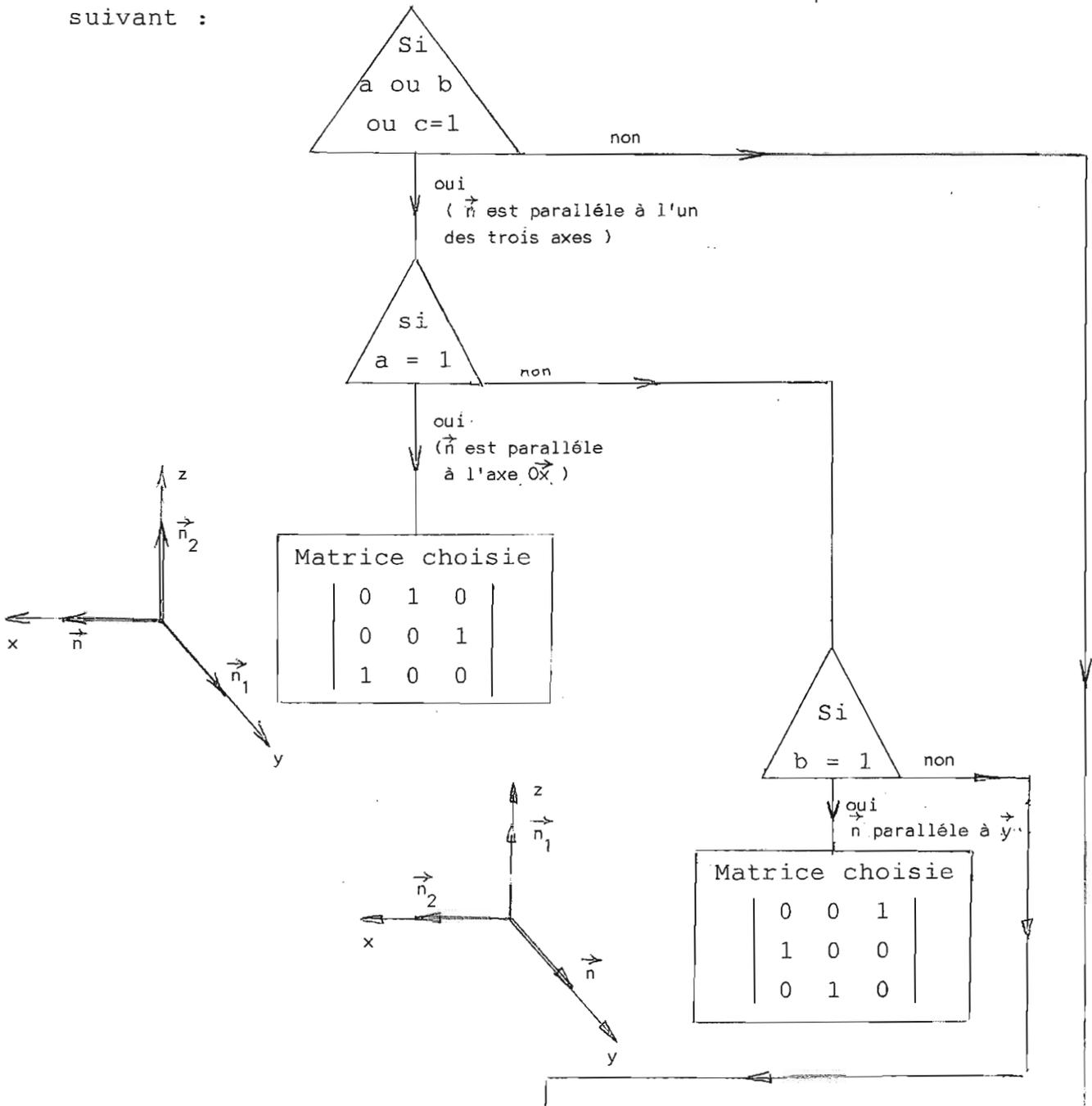
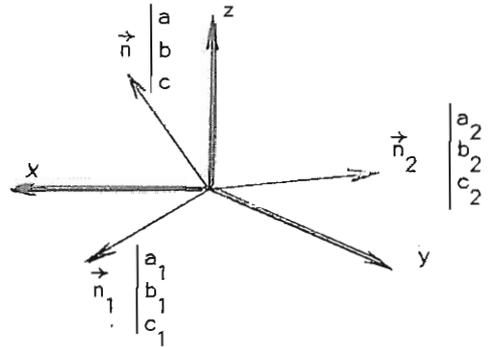
L'origine (x,y,z) et la direction \vec{n} (a,b,c) définis précédemment permettent de ramener le cas étudié sous une forme canonique centrée sur le système d'axes de mesure. Pour cela on effectue un changement d'axes défini par :

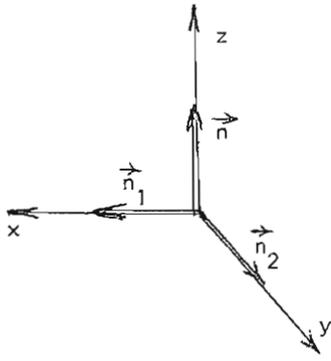
la matrice de translation $T \begin{vmatrix} -x & -y & -z \end{vmatrix}$

la matrice de rotation R

$$R = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a & b & c \end{vmatrix}$$

la normale \vec{n} étant connue par ses cosinus directeurs a,b,c , la matrice R est définie par l'algorithme général suivant :





Matrice choisie

	1	0	0	
	0	1	0	
	0	0	1	

Si a ou b ou $c=0$ \vec{n} est parallèle à un des plans de projection

non

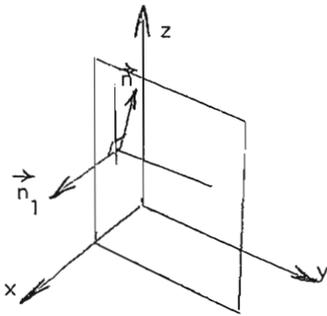
oui

Si $a = 0$

non

oui

\vec{n} parallèle à \vec{y} \vec{z}



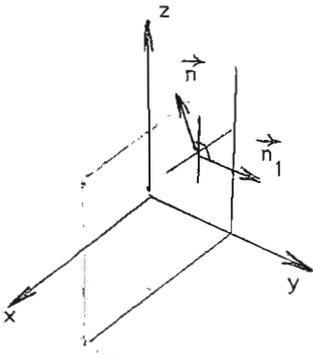
$$a_1 = 1$$
$$b_1 = c_1 = 0$$

Si $b = 0$

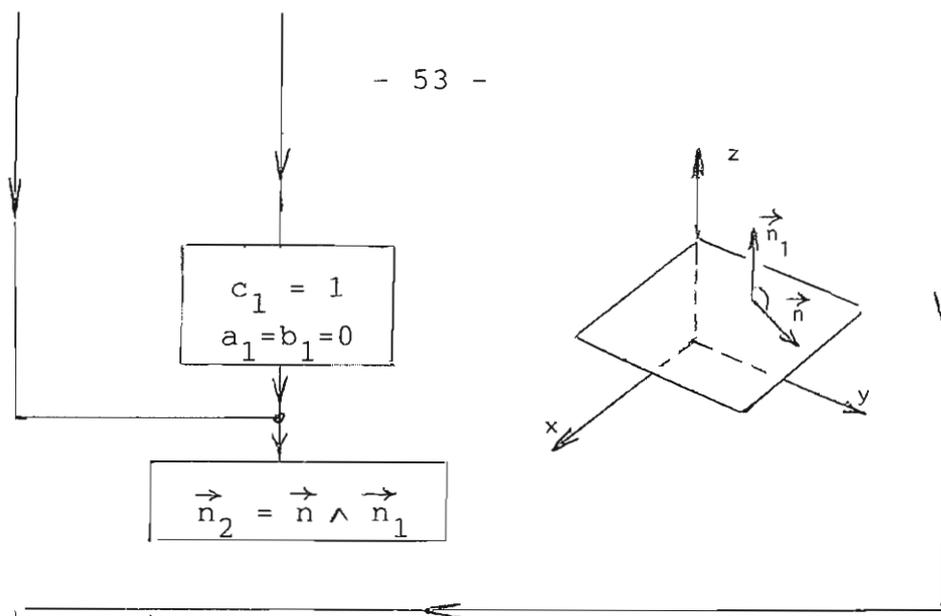
non

oui

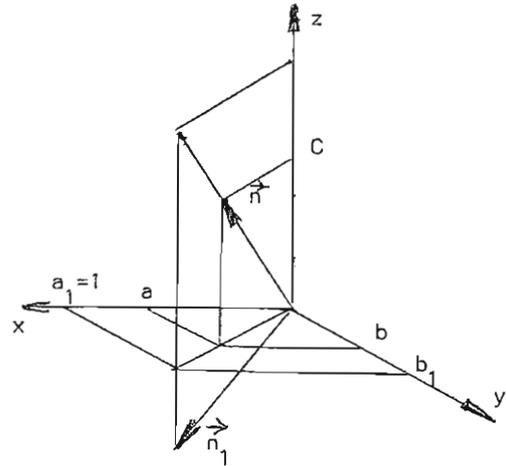
\vec{n} parallèle à \vec{x} \vec{z}



$$b_1 = 1$$
$$c_1 = a_1 = 0$$



cas où \vec{n} a une direction quelconque



$$\begin{aligned}
 a_1 &= 1 \\
 b_1 &= b/a \\
 c_1 &= (-a - b^2/a)/c \\
 R &= \sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \\
 a_1 &= \frac{a_1}{R} \quad b_1 = \frac{b_1}{R} \quad c_1 = \frac{c_1}{R}
 \end{aligned}$$

On choisit \vec{n}_1 dans le plan $\vec{z} \vec{n}$
 soit $\frac{b_1}{a_1} = \frac{b}{a}$
 avec $a_1 = 1 \quad b_1 = \frac{b}{a}$
 d'autre part, $\vec{n} \cdot \vec{n}_1 = 0$
 $a \cdot a_1 + b \cdot b_1 + c \cdot c_1 = 0$
 et $c_1 = \frac{-a - b^2/a}{c}$

4.3 Calcul à partir des points M_i : des points théoriques M_{thi} , des normales n_i , des écarts ξ_i correspondants.

Les points M_i sont obtenus après translation et rotation des points J_i de mesures pour amener la surface géométrique idéale nominale centrée sur le système d'axes $\vec{o}\vec{x}$ $\vec{o}\vec{y}$ $\vec{o}\vec{z}$ de la machine à mesurer.

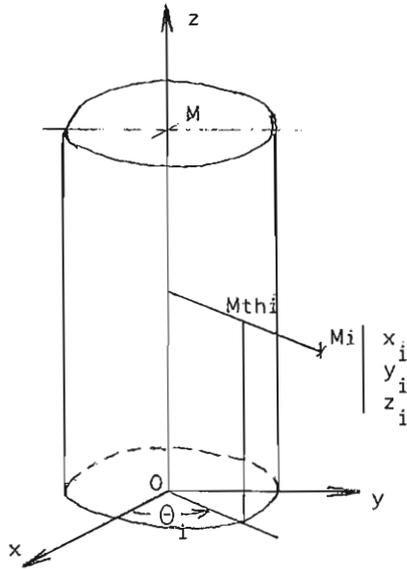
Nature de la surface géométrique idéale nominale	Un point de mesure M_i étant défini par x_i, y_i, z_i la surface géométrique idéale nominale et les écarts de mesure ξ_i sont définis par :	
Droite	2 points : origine et M_2	
A) Rectitude dans le plan $\vec{y}\vec{z}$		$\xi_{i_1} = x_i$ $\vec{n}_{i_1} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$ $Mth_{1_i} \begin{vmatrix} 0 \\ y_i \\ z_i \end{vmatrix}$
B) Rectitude dans un parallélépipède parallèle aux plans $\vec{y}\vec{z}$ et $\vec{x}\vec{y}$		$\xi_{i_1} = x_i \quad \xi_{i_2} = y_i$ $\vec{n}_{i_1} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad \vec{n}_{i_2} \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix}$ $Mth_{1_i} \begin{vmatrix} 0 \\ y_i \\ z_i \end{vmatrix} \quad Mth_{2_i} \begin{vmatrix} x_i \\ 0 \\ z_i \end{vmatrix}$
C) Rectitude dans un cylindre d'axe \vec{z}		$\xi_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$ $\vec{n}_i \begin{cases} \cos \theta_i = \frac{x_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}} \\ \sin \theta_i = \frac{y_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}} \end{cases}$ $Mth_i \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ z_i \end{vmatrix}$

Nature de la surface Géométrie idéale nominale	Un point de mesure M_i étant défini par x_i, y_i, z_i la surface géométrique idéale nominale et les écarts de mesure ξ_i sont définis par :		
Plan		$\xi_i = z_i$ $\vec{n}_i \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 1 \end{cases}$ $Mth_i \begin{cases} x_i \\ y_i \\ 0 \end{cases}$	
Cercle	Centre O Rayon R		$\xi_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2} - R$ $\vec{n}_i \begin{cases} \cos \theta_i = \frac{x_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}} \\ \sin \theta_i = \frac{y_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}} \end{cases}$ $Mth_i \begin{cases} R \cos \theta_i \\ R \sin \theta_i \end{cases}$
Sphère	Centre O Rayon R		$\xi_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2} - R$ $\vec{n}_i \begin{cases} \cos \beta_i \cos \theta_i \\ \cos \beta_i \sin \theta_i \\ \sin \beta_i \end{cases}$ $Mth_i \begin{cases} R \cos \beta_i \cos \theta_i \\ R \cos \beta_i \sin \theta_i \\ R \sin \beta_i \end{cases}$ <p>avec $\sin \theta_i = \frac{y_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}}$ $\sin \beta_i = \frac{z_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}}$</p> $\cos \theta_i = \frac{x_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}}$ $\cos \beta_i = \frac{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}}$

Nature de la surface
géométrique idéale
nominale

Un point de mesure M_i étant défini par x_i, y_i, z_i
la surface géométrique idéale nominale et les écarts de mesure ξ_i
sont définis par :

Cylindre

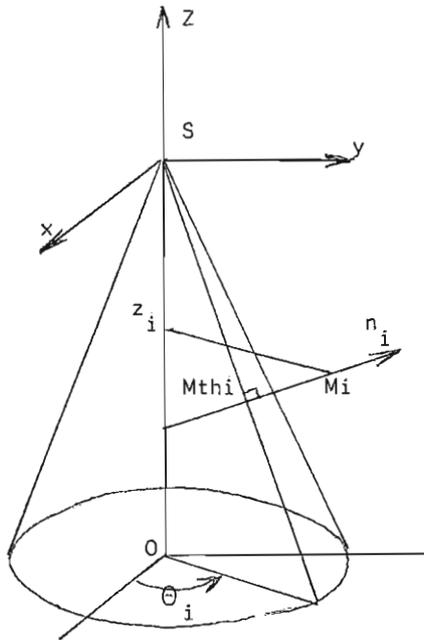


$$\xi_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2} - R$$

$$\vec{n}_i \begin{cases} \cos \theta_i = \frac{x_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}} \\ \sin \theta_i = \frac{y_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}} \\ 0 \end{cases}$$

$$Mth_i \begin{cases} R \cos \theta_i \\ R \sin \theta_i \\ z_i \end{cases}$$

Cône



$$\xi_i = (\sqrt{x_i^2 + y_i^2} - |z_i \operatorname{tg} \Delta|) \cos \Delta$$

$$\vec{n}_i \begin{cases} a_i = \cos \Delta \cos \theta_i \\ b_i = \cos \Delta \sin \theta_i \\ c_i = \sin \Delta \end{cases}$$

$$\text{avec } \cos \theta_i = \frac{x_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}}$$

$$\sin \theta_i = \frac{y_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}}$$

$$Mth_i \begin{cases} x_i - \xi_i \cos \Delta \cos \theta_i \\ y_i - \xi_i \cos \Delta \sin \theta_i \\ z_i - \xi_i \sin \Delta \end{cases}$$

4.4 Mise en équation du calcul du torseur de petits déplacements optimisé par la méthode de GAUSS

Nature de la surface géométrique idéale nominale	Coordonnées pluckériennes de \vec{n}_i	Torseur d'écart	Mise en équations et résolution par la Méthode de GAUSS
Droite A) Rectitude dans un plan \vec{yz}	$\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ z_i \\ -y_i \end{array} \right\}_{i0}$	$\tau_0 \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \beta \\ 0 \\ u \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}$	$e_{i1} = \xi_{i1} - (z_i \beta + u) - x_i \cdot (z_i \beta + u)$ $w_1 = \sum e_{i1}^2$ $\frac{\partial w_1}{\partial \beta} = 0 \qquad \frac{\partial w_1}{\partial u} = 0$ $\begin{vmatrix} \sum z_i^2 & \sum z_i \\ \sum z_i & n \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \beta \\ u \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sum z_i x_i \\ \sum x_i \end{vmatrix}$
B) Rectitude dans un parallépipède parallèle aux plans \vec{yz} et \vec{xz}	<p>Plan \vec{yz}</p> $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -z_i \\ -y_i \end{array} \right\}_{i0}$ <p>Plan \vec{xz}</p> $\left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ -z_i \\ x_i \end{array} \right\}_{i0}$	$\tau_0 \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \beta \\ 0 \\ u \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}$ $\tau_0 \left\{ \begin{array}{l} \alpha \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ v \\ 0 \end{array} \right\}$	$e_{i1} = \xi_{i1} - (z_i \beta + u) = x_i - (z_i \beta + u)$ $w_1 = \sum e_{i1}^2$ $e_{i2} = \xi_{i2} - (-z_i \alpha + v) = y_i - (-z_i \alpha + v)$ $w_2 = \sum e_{i2}^2$ $\frac{\partial w_1}{\partial \beta} = 0 \quad \frac{\partial w_1}{\partial u} = 0 \quad \frac{\partial w_2}{\partial \alpha} = 0 \quad \frac{\partial w_2}{\partial v} = 0$
			$\begin{vmatrix} \sum z_i^2 & \sum z_i & 0 & 0 \\ \sum z_i & n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sum z_i^2 & -\sum z_i \\ 0 & 0 & -\sum z_i & n \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} u \\ v \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sum z_i x_i \\ \sum x_i \\ -\sum z_i y_i \\ \sum y_i \end{vmatrix}$

Nature de la surface géométrique idéale nominale	Coordonnées Pluckériennes de \vec{r}	Torseur d'écart	Mise en équations et résolution par la Méthode de GAUSS
C) Rectitude dans un cylindre d'axe \vec{z}	$\left\{ \mathcal{P}_i \right\}_0 \begin{cases} \cos \theta_i \\ \sin \theta_i \\ 0 \\ -z_i \sin \theta_i \\ z_i \cos \theta_i \\ 0 \end{cases}$	$\left\{ \tau_0 \right\} \begin{cases} \alpha \\ \beta \\ 0 \\ u \\ v \\ 0 \end{cases}$	$e_i = \xi_i - [-z_i \sin \theta_i \alpha + z_i \cos \theta_i \beta + u \cos \theta_i + v \sin \theta_i]$ $W = \sum e_i^2$ $\frac{\partial W}{\partial \alpha} = 0 \quad \frac{\partial W}{\partial \beta} = 0 \quad \frac{\partial W}{\partial u} = 0 \quad \frac{\partial W}{\partial v} = 0$
$A = \begin{vmatrix} \sum z_i^2 \sin^2 \theta_i & -\sum z_i^2 \sin \theta_i \cos \theta_i & -\sum \sin \theta_i \cos \theta_i z_i & -\sum z_i \sin^2 \theta_i & -\sum z_i \sin \theta_i \\ -\sum z_i^2 \sin \theta_i \cos \theta_i & \sum z_i^2 \cos^2 \theta_i & \sum z_i \cos^2 \theta_i & \sum z_i \cos \theta_i \sin \theta_i & \sum z_i \cos \theta_i \\ -\sum z_i \sin \theta_i \cos \theta_i & \sum z_i \cos^2 \theta_i & \sum \cos^2 \theta_i & \sum \sin \theta_i \cos \theta_i & \sum \cos \theta_i \\ -\sum z_i \sin^2 \theta_i & \sum z_i \sin \theta_i \cos \theta_i & \sum \sin \theta_i \cos \theta_i & \sum \sin^2 \theta_i & \sum \sin \theta_i \\ -\sum z_i \sin \theta_i & \sum z_i \cos \theta_i & \sum \cos \theta_i & \sum \sin \theta_i & n \end{vmatrix}$ $A \times \begin{vmatrix} \alpha \\ \beta \\ u \\ v \\ r \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\sum \xi_i z_i \sin \theta_i \\ \sum \xi_i \cos \theta_i z_i \\ \sum \xi_i \cos \theta_i \\ \sum \xi_i \sin \theta_i \\ \sum \xi_i \end{vmatrix}$			
Plan planéité	$\left\{ \mathcal{P}_i \right\}_0 \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 1 \\ y_i \\ -x_i \\ 0 \end{cases}$	$\left\{ \tau_0 \right\} \begin{cases} \alpha \\ \beta \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ w \end{cases}$	$e_i = \xi_i - (y_i \alpha - x_i \beta + w)$ $W = \sum e_i^2$ $\frac{\partial W}{\partial \alpha} = 0 \quad \frac{\partial W}{\partial \beta} = 0 \quad \frac{\partial W}{\partial w} = 0$ $\begin{vmatrix} \sum y_i^2 & -\sum x_i y_i & \sum y_i \\ -\sum x_i y_i & \sum x_i^2 & -\sum x_i \\ \sum y_i & -\sum x_i & n \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \alpha \\ \beta \\ w \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sum \xi_i y_i \\ -\sum \xi_i x_i \\ \sum \xi_i \end{vmatrix}$

Nature de la surface Géométrie idéale	Coordonnées Plückériennes de \vec{n}	Torseur d'écart	Mise en équations et résolution par la Méthode de GAUSS
Cercle circularité	On cherche à la fois : le cercle qui passe au mieux des points en projection dans le plan xy, et le plan qui passe au mieux des points de mesure.		
	A) Cercle qui passe au mieux des points		
	Si r est l'accroissement du rayon porté par \vec{n}_i qui minimise les e_i on a		
	$\left\{ \begin{array}{l} \cos \theta_i \\ \sin \theta_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}_0$	$\tau_0 \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ u \\ v \\ 0 \end{array} \right\}$	$e_{i1} = (\xi_i - r) - (u \cos \theta_i + v \sin \theta_i)$ $e_{i1} = \xi_i - (u \cos \theta_i + v \sin \theta_i + r)$ $W_1 = \sum e_i^2$ $\frac{\partial W_1}{\partial u} = 0 \quad \frac{\partial W_1}{\partial v} = 0 \quad \frac{\partial W_1}{\partial r} = 0$
	B) Plan passant au mieux des points :		
	$\left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 1 \\ y_i \\ -x_i \\ 0 \end{array} \right\}_0$	$\tau_0 \left\{ \begin{array}{l} \alpha \\ \beta \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ w \end{array} \right\}$	$e_{i2} = z_i - (y_i \alpha - x_i \beta + w)$ $W_2 = \sum e_i^2$ $\frac{\partial W_2}{\partial \alpha} = 0 \quad \frac{\partial W_2}{\partial \beta} = 0 \quad \frac{\partial W_2}{\partial w} = 0$
	$\begin{array}{cccccc c} \Sigma \cos^2 \theta_i & \Sigma \cos \theta_i \sin \theta_i & \Sigma \cos \theta_i & 0 & 0 & 0 & u \\ \Sigma \cos \theta_i \sin \theta_i & \Sigma \sin^2 \theta_i & \Sigma \sin \theta_i & 0 & 0 & 0 & v \\ \Sigma \cos \theta_i & \Sigma \sin \theta_i & n & 0 & 0 & 0 & r \\ 0 & 0 & 0 & \Sigma y_i^2 & -\Sigma x_i y_i & \Sigma y_i & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & -\Sigma x_i y_i & \Sigma x_i^2 & -\Sigma x_i & \beta \\ 0 & 0 & 0 & \Sigma y_i & -\Sigma x_i & n & \gamma \end{array} = \begin{array}{l} \Sigma \xi_i \cos \theta_i \\ \Sigma \xi_i \sin \theta_i \\ \Sigma \xi_i \\ \Sigma z_i y_i \\ -\Sigma z_i x_i \\ \Sigma z_i \end{array}$		

Nature de la surface géométrique idéale nominale	Coordonnées Pluckériennes de \vec{n}	Torseur d'écart	Mise en équations et résolution par la Méthode de GAUSS
Sphère	$\left\{ \begin{array}{l} \cos \beta_i \cos \theta_i \\ \cos \beta_i \sin \theta_i \\ \sin \beta_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}_0$	$\tau_0 \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ u \\ v \\ w \end{array} \right.$	

Si r est l'accroissement du rayon porté par \vec{n}_i qui minimise les écarts e_i on a :

$$e_i = (\xi_i - r) - (u \cos \beta_i \cos \theta_i + v \cos \beta_i \sin \theta_i + w \sin \beta_i)$$

d'où

$$e_i = \xi_i - (u \cos \beta_i \cos \theta_i + v \cos \beta_i \sin \theta_i + w \sin \beta_i + r)$$

$$W = \sum e_i^2$$

$$\frac{\partial W}{\partial u} = 0 \quad \frac{\partial W}{\partial v} = 0 \quad \frac{\partial W}{\partial w} = 0 \quad \frac{\partial W}{\partial r} = 0 \quad \text{donne}$$

$$A = \begin{vmatrix} \sum \cos^2 \theta_i \cos^2 \theta_i & \sum \cos^2 \beta_i \sin \theta_i \cos \theta_i & \sum \cos \beta_i \sin \beta_i \cos \theta_i & \sum \cos \beta_i \cos \theta_i \\ \sum \cos^2 \beta_i \sin \theta_i \cos \theta_i & \sum \cos^2 \beta_i \sin^2 \theta_i & \sum \cos \beta_i \sin \beta_i \sin \theta_i & \sum \cos \beta_i \sin \theta_i \\ \sum \cos \beta_i \sin \beta_i \cos \theta_i & \sum \cos \beta_i \sin \beta_i \sin \theta_i & \sum \sin^2 \beta_i & \sum \sin \beta_i \\ \sum \cos \beta_i \cos \theta_i & \sum \cos \beta_i \sin \theta_i & \sum \sin \beta_i & n \end{vmatrix}$$

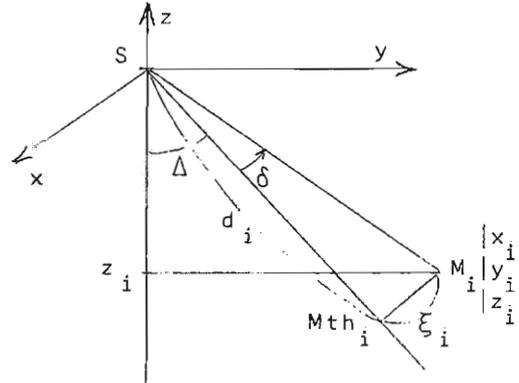
$$\begin{vmatrix} A & X \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u \\ v \\ w \\ r \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \sum \xi_i \cos \theta_i \cos \theta_i \\ \sum \xi_i \cos \theta_i \sin \theta_i \\ \sum \xi_i \sin \theta_i \\ \sum \xi_i \end{vmatrix}$$

Nature de la surface géométrique idéale nominale	Coordonnées Pluckériennes de n	Torseur d'écart	Mise en équations et résolution par la Méthode de GAUSS
Cylindre (cylindricité)	$\left\{ \begin{array}{l} \cos \theta_i \\ \sin \theta_i \\ 0 \\ -z_i \sin \theta_i \\ z_i \cos \theta_i \\ 0 \end{array} \right\}_0$	$\vec{\tau}_0 \left\{ \begin{array}{l} \alpha \\ \beta \\ 0 \\ u \\ v \\ 0 \end{array} \right.$	<p>Si r est l'accroissement du rayon porté par \vec{n}_i qui minimise les écarts e_i on a :</p> $e_i = (\xi_i - r) - [-z_i \sin \theta_i \alpha + z_i \cos \theta_i \beta + u \cos \theta_i + v \sin \theta_i]$ <p>Soit</p> $e_i = \xi_i - [-z_i \sin \theta_i \alpha + z_i \cos \theta_i \beta + \cos \theta_i u + \sin \theta_i v + r]$ $W = \sum e_i^2$ $\frac{\partial W}{\partial \alpha} = 0 \quad \frac{\partial W}{\partial \beta} = 0 \quad \frac{\partial W}{\partial u} = 0 \quad \frac{\partial W}{\partial v} = 0 \quad \frac{\partial W}{\partial r} = 0$
$A = \begin{pmatrix} \sum z_i^2 \sin^2 \theta_i & -\sum z_i^2 \sin \theta_i \cos \theta_i & -\sum \sin \theta_i \cos \theta_i z_i & -\sum z_i \sin^2 \theta_i & -\sum z_i \sin \theta_i \\ \sum z_i^2 \sin \theta_i \cos \theta_i & \sum z_i^2 \cos^2 \theta_i & \sum z_i \cos^2 \theta_i & \sum z_i \cos \theta_i \sin \theta_i & \sum z_i \cos \theta_i \\ \sum z_i \sin \theta_i \cos \theta_i & \sum z_i \cos^2 \theta_i & \sum \cos^2 \theta_i & \sum \sin \theta_i \cos \theta_i & \sum \cos \theta_i \\ \sum z_i \sin^2 \theta_i & \sum z_i \sin \theta_i \cos \theta_i & \sum \sin \theta_i \cos \theta_i & \sum \sin^2 \theta_i & \sum \sin \theta_i \\ \sum z_i \sin \theta_i & \sum z_i \cos \theta_i & \sum \cos \theta_i & \sum \sin \theta_i & n \end{pmatrix}$			
$\begin{vmatrix} A \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \alpha \\ \beta \\ u \\ v \\ r \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\sum \xi_i z_i \sin \theta_i \\ \sum \xi_i \cos \theta_i z_i \\ \sum \xi_i \cos \theta_i \\ \sum \xi_i \sin \theta_i \\ \sum \xi_i \end{vmatrix}$			

Nature de la surface géométrique idéale nominale	Coordonnées Plückériennes de \vec{n}	Torseur d'écart	Mise en équations et résolution par la Méthode de GAUSS
--	--	-----------------	---

Cône

$$\left\{ \begin{array}{l} a_i \\ b_i \\ c_i \\ l_i = y_i c_i - z_i b_i \\ m_i = z_i a_i - x_i c_i \\ n_i = x_i b_i - y_i a_i \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha \\ \beta \\ 0 \\ u \\ v \\ w \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} r_i \\ \delta \end{array} \right.$$



Si r_i est l'accroissement de la position de la surface réelle portée par \vec{n}_i , due à un accroissement δ de l'angle Δ du cône on a :

$$e_i = (\xi_i - r_i) - (\alpha l_i + \beta m_i + u a_i + v b_i + w c_i)$$

avec

$$d_i = \frac{|z_i|}{\cos \Delta} + \xi_i \operatorname{tg} \Delta \quad \text{et} \quad r_i = d_i \cdot \delta$$

soit

$$e_i = \xi_i - (\alpha l_i + \beta m_i + u a_i + v b_i + w c_i + d_i \delta)$$

$$W = \sum e_i^2$$

$$\frac{\partial W}{\partial \alpha} = 0 \quad \frac{\partial W}{\partial \beta} = 0 \quad \frac{\partial W}{\partial u} = 0 \quad \frac{\partial W}{\partial v} = 0 \quad \frac{\partial W}{\partial w} = 0 \quad \frac{\partial W}{\partial \delta} = 0$$

Σl_i^2	$\Sigma l_i m_i$	$\Sigma l_i a_i$	$\Sigma l_i b_i$	$\Sigma l_i c_i$	$\Sigma l_i d_i$	x	=	$\Sigma \xi_i l_i$	
$\Sigma l_i m_i$	Σm_i^2	$\Sigma m_i a_i$	$\Sigma m_i b_i$	$\Sigma m_i c_i$	$\Sigma m_i d_i$			β	$\Sigma \xi_i m_i$
$\Sigma l_i a_i$	$\Sigma m_i a_i$	Σa_i^2	$\Sigma a_i b_i$	$\Sigma a_i c_i$	$\Sigma a_i d_i$			u	$\Sigma \xi_i a_i$
$\Sigma l_i b_i$	$\Sigma m_i b_i$	$\Sigma a_i b_i$	Σb_i^2	$\Sigma b_i c_i$	$\Sigma b_i d_i$			v	$\Sigma \xi_i b_i$
$\Sigma l_i c_i$	$\Sigma m_i c_i$	$\Sigma a_i c_i$	$\Sigma c_i b_i$	Σc_i^2	$\Sigma c_i d_i$			w	$\Sigma \xi_i c_i$
$\Sigma l_i d_i$	$\Sigma m_i d_i$	$\Sigma a_i d_i$	$\Sigma d_i b_i$	$\Sigma d_i c_i$	Σd_i^2			δ	$\Sigma \xi_i d_i$

Si on ne désire pas faire varier l'angle Δ , le système d'équations est obtenu en supprimant la dernière ligne et la dernière colonne de la matrice.

4.5 Mise en équations du calcul du torseur de petits déplacements optimisé par la méthode du simplexe suivant la fonction objectif défaut de forme mini

Nature de la surface Géométrique idéale nominale	Coordonnée Pluckérienne de \vec{n}_i	Torseur d'écart	Mise en équations sous la forme standard du simplexe
<p>Droite (rectitude)</p> <p>A) Rectitude dans un plan x</p>	$\left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ z_i \\ -y_i \end{array} \right\}_0$	$\tau_0 \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \beta \\ 0 \\ u \\ 0 \\ 0 \end{array} \right.$	<p>$e_i = \xi_i - (z_i \beta + u) = x_i - (z_i \beta + u)$</p> <p>Pour tout point de mesure M_i on a :</p> $\Delta S_1 - \Delta S_2 + z_i(\beta_1 - \beta_2) + u_1 - u_2 - K_i = x_i$ $\Delta I_1 - \Delta I_2 + z_i(\beta_1 - \beta_2) + u_1 - u_2 + T_i = x_i$ <p>Fonction objectif :</p> $Z = \Delta S_1 - \Delta S_2 - \Delta I_1 + \Delta I_2 \text{ minimum}$
<p>B) Rectitude dans un parallélépipède</p>	<p>Plan yz</p> $\left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ z_i \\ -y_i \end{array} \right\}_0$	$\tau_0 \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \beta \\ 0 \\ u \\ 0 \\ 0 \end{array} \right.$	<p>$e_{i1} = \xi_{i1} - (z_i \beta + u) = x_i - (z_i \beta + u)$</p> <p>$e_{i2} = \xi_{i2} - (-z_i \alpha + v) = y_i - (-z_i \alpha + v)$</p>
	<p>Plan xz</p> $\left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -z_i \\ 0 \\ x_i \end{array} \right\}_0$	$\tau_0 \left\{ \begin{array}{c} \alpha \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ v \\ 0 \end{array} \right.$	<p>Pour tout point de mesure M_i on a :</p> $\Delta S_1 - \Delta S_2 + z_i(\beta_1 - \beta_2) + u_1 - u_2 - K_i = x_i$ $\Delta I_1 - \Delta I_2 + z_i(\beta_1 - \beta_2) + u_1 - u_2 + T_i = x_i$ <p>Avec $Z = \Delta S_1 - \Delta S_2 - \Delta I_1 + \Delta I_2$ minimum</p> <p>Et $\Delta S'_1 - \Delta S'_2 - z_i(\alpha_1 - \alpha_2) + v_1 - v_2 - K'_i = y_i$</p> $\Delta I'_1 - \Delta I'_2 - z_i(\alpha_1 - \alpha_2) + v_1 - v_2 + T'_i = y_i$ <p>Avec $Z' = \Delta S'_1 - \Delta S'_2 - \Delta I'_1 + \Delta I'_2$ minimum</p>

Nature de la surface géométrique idéale nominale	Coordonnées Pluckériennes de \vec{n}_i	Torseur d'écart	Mise en équations sous la forme standard du simplexe
C) Rectitude dans un cylindre d'axe z	$\left\{ \mathcal{P}_I \right\}_0 \begin{cases} \cos \theta_i \\ \sin \theta_i \\ 0 \\ -z_i \sin \theta_i \\ z_i \cos \theta_i \\ 0 \end{cases}$	$\tau_0 \begin{cases} \alpha \\ \beta \\ 0 \\ u \\ v \\ 0 \end{cases}$	$e_i = \xi_i - (-z_i \sin \theta_i \alpha + z_i \cos \theta_i \beta + u \cos \theta_i + v \sin \theta_i)$ <p>Pour tout point de mesure M_i on a :</p> $\Delta S_1 - \Delta S_2 - z_i \sin \theta_i (\alpha_1 - \alpha_2) + z_i \cos \theta_i (\beta_1 - \beta_2) + \cos \theta_i (u_1 - u_2) + \sin \theta_i (v_1 - v_2) - K_i = \xi_i$ <p>Fonction objectif (diamètre du cylindre mini)</p> $Z = \Delta S_1 - \Delta S_2 \text{ minimum}$
Plan Défaut de planéité	$\left\{ \mathcal{P}_I \right\}_0 \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 1 \\ y_i \\ -x_i \\ 0 \end{cases}$	$\tau_0 \begin{cases} \alpha \\ \beta \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ w \end{cases}$	$e_i = \xi_i - (y_i \alpha - x_i \beta + w)$ <p>Pour tout point de mesure M_i on a :</p> $\Delta S_1 - \Delta S_2 + y_i (\alpha_1 - \alpha_2) - x_i (\beta_1 - \beta_2) + w_1 - w_2 - K_i = \xi_i$ $\Delta I_1 - \Delta I_2 + y_i (\alpha_1 - \alpha_2) - x_i (\beta_1 - \beta_2) + w_1 - w_2 + L_i = \xi_i$ <p>Fonction objectif : défaut de forme mini</p> $Z = \Delta S_1 - \Delta S_2 + \Delta I_2 - \Delta I_1 \text{ minimum}$
Cercle circularité	$\left\{ \mathcal{P}_I \right\}_0 \begin{cases} \cos \theta_i \\ \sin \theta_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases}$	$\tau_0 \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 0 \\ u \\ v \\ 0 \end{cases}$	$e_i = \xi_i - (u \cos \theta_i + v \sin \theta_i + r)$ <p>Pour tout point de mesure M_i on a :</p> $\Delta S_1 - \Delta S_2 + \cos \theta_i (v_1 - v_2) + \sin \theta_i (u_1 - u_2) - K_i = \xi_i$ $\Delta I_1 - \Delta I_2 + \cos \theta_i (v_1 - v_2) + \sin \theta_i (u_1 - u_2) + T_i = \xi_i$ <p>Fonction objectif : défaut de forme mini</p> $Z = \Delta S_1 - \Delta S_2 - \Delta I_1 + \Delta I_2 \text{ minimum}$

Nature de la surface géométrique idéale nominale	Coordonnées Pluckériennes de n_i	Torseur d'écart	Mise en équations sous la forme standard du simplexe
Sphère	$\left\{ \mathcal{P}_i \right\}_0 \begin{cases} \cos \beta_i \cos \theta_i \\ \cos \beta_i \sin \theta_i \\ \sin \beta_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases}$	$\tau_0 \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 0 \\ u \\ v \\ w \end{cases}$	$e_i = \xi_i - (u \cos \beta_i \cos \theta_i + v \cos \theta_i \sin \theta_i + w \sin \theta_i)$ <p>Pour tout point de mesure M_i on a :</p> $\Delta S_1 - \Delta S_2 + \cos \beta_i \cos \theta_i (u_1 - u_2) + \cos \beta_i \sin \theta_i (v_1 - v_2) + \sin \beta_i (w_1 - w_2) - k_i = \xi_i$ $\Delta I_1 - \Delta I_2 + \cos \beta_i \cos \theta_i (u_1 - u_2) + \cos \beta_i \sin \theta_i (v_1 - v_2) + \sin \beta_i (w_1 - w_2) + \tau_i = \xi_i$ <p>Fonction objectif : défaut de forme mini</p> $Z = \Delta S_1 - \Delta S_2 - \Delta I_1 + \Delta I_2 \text{ minimum}$
Cylindre cylindricité	$\left\{ \mathcal{P}_i \right\}_0 \begin{cases} \cos \theta_i \\ \sin \theta_i \\ 0 \\ -z_i \sin \theta_i \\ z_i \cos \theta_i \\ 0 \end{cases}$	$\tau_0 \begin{cases} \alpha \\ \beta \\ 0 \\ u \\ v \\ 0 \end{cases}$	$e_i = \xi_i - [-z_i \sin \theta_i \alpha + z_i \cos \theta_i \beta + u \cos \theta_i + v \sin \theta_i]$ <p>Pour tout point de mesure M_i on a :</p> $\Delta S_1 - \Delta S_2 - z_i \sin \theta_i (\alpha_1 - \alpha_2) + z_i \cos \theta_i (\beta_1 - \beta_2) + \cos \theta_i (u_1 - u_2) + \sin \theta_i (v_1 - v_2) - k_i = \xi_i$ $\Delta I_1 - \Delta I_2 - z_i \sin \theta_i (\alpha_1 - \alpha_2) + z_i \cos \theta_i (\beta_1 - \beta_2) + \cos \theta_i (u_1 - u_2) + \sin \theta_i (v_1 - v_2) - \tau_i = \xi_i$ <p>Fonction objectif : défaut de forme mini</p> $Z = \Delta S_1 - \Delta S_2 - \Delta I_1 + \Delta I_2 \text{ minimum}$

Nature de la surface géométrique idéale nominale	Coordonnées Plückériennes de n_i	Torseur d'écart	Mise en équations sous la forme standard du simplexe
cône	$\left\{ \begin{array}{l} a_i \\ b_i \\ c_i \\ l_i = y_i c_i - z_i b_i \\ m_i = z_i a_i - x_i c_i \\ n_i = x_i b_i - y_i a_i \end{array} \right.$	$\tau_0 \left\{ \begin{array}{l} \alpha \\ \beta \\ 0 \\ u \\ v \\ w \end{array} \right.$	$\Delta S_1 - \Delta S_2 + l_i (\alpha_1 - \alpha_2) + m_i (\beta_1 - \beta_2) + d_i (u_1 - u_2) + b_i (v_1 - v_2) + (w_1 - w_2) l_i + d_i (\delta_1 - \delta_2) - k_i = \xi_i$ $\Delta I_1 - \Delta I_2 + l_i (\alpha_1 - \alpha_2) + m_i (\beta_1 - \beta_2) + d_i (u_1 - u_2) + b_i (v_1 - v_2) + (w_1 - w_2) l_i + d_i (\delta_1 - \delta_2) - T_i = \xi_i$ <p>Fonction objectif : défaut de forme mini</p> $Z = \Delta S_1 - \Delta S_2 - I_1 + I_2 \text{ minimum.}$
<p>Si on désire optimiser un cône de 1/2 angle au sommet Δ donné, le système d'équations est obtenu en supprimant les termes en $(\delta_1 - \delta_2)$</p>			

4.6 Mise en équations du calcul du torseur de petits déplacements optimisé par la méthode du simplexe suivant la fonction objectif plus grande surface tangente intérieure, ou plus petite surface tangente extérieure

Nature de la surface géométrique idéale nominale	Coordonnées Pluckériennes de \vec{n}	Torseur d'écart	Mise en équations sous la forme standard du simplexe
Cercle	$\left\{ \begin{array}{l} \cos \theta_i \\ \sin \theta_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}_0$	$\vec{\tau}_0 \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ 0 \\ u \\ v \\ 0 \end{array} \right.$	<p>A - <u>Plus grand cercle tangent intérieur.</u></p> <p>Si R mini est le rayon minimum du cercle idéal nominal ($\xi_i \geq 0$)</p> <p>on a : $\xi_i = \rho_i - R \text{ mini}$</p> <p>en prenant ΔR l'accroissement du rayon mini on a : $e_i = (\rho_i - R \text{ mini} - \Delta R)n - (u \cos \theta_i + v \sin \theta_i)$ avec $e_i \geq 0$</p> <p>Pour tout point M_i on a :</p> $\Delta R + \cos \theta_i (u_1 - u_2) + \sin \theta_i (v_1 - v_2) + T_i = \rho_i - R \text{ mini}$ <p>Fonction objectif $Z = \Delta R \text{ maximum}$</p> <p>B - <u>Plus petit cercle tangent extérieur.</u></p> <p>Si R maxi est le rayon maximum du cercle idéal nominal ($\xi_i \leq 0$)</p> <p>on a : $\xi_i = \rho_i - R \text{ maxi}$</p> <p>en prenant ΔR la variation du rayon maxi on a :</p> <p>avec $\Delta R \geq 0$</p> $e_i = (\rho_i - R \text{ maxi} + \Delta R)n - (u \cos \theta_i + v \sin \theta_i)$ <p>avec $e_i \leq 0$</p> <p>Pour tout point M_i on a :</p> $\Delta R + \cos \theta_i (u_1 - u_2) + \sin \theta_i (v_1 - v_2) - k_i = \rho_i - R \text{ maxi}$ <p>Fonction objectif : $Z = \Delta R \text{ maximum}$</p>

Nature de la surface géométrique idéale nominale	Coordonnées Pluckériennes de n_i	Torseur d'écart	Mise en équations sous la forme standard du simplexe
Cylindre	$\begin{cases} \cos \theta_i \\ \sin \theta_i \\ 0 \\ -z_i \sin \theta_i \\ z_i \cos \theta_i \\ 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \alpha \\ \beta \\ 0 \\ u \\ v \\ 0 \end{cases}$	<p>A - <u>Plus grand cylindre (alésage) tangent int.</u></p> <p>Si R_{mini} est le rayon minimum du cylindre idéal nominal : $\xi_i \geq 0$</p> <p>avec : $\xi_i = \rho_i - R_{\text{mini}}$</p> <p>Si ΔR est l'accroissement du rayon mini on a :</p> $e_i = \xi_i - (-z_i \sin \theta_i \alpha + z_i \cos \theta_i \beta + u \cos \theta_i + v \sin \theta_i + \Delta R) \text{ avec } e_i \geq 0$ <p>Soit sous forme standard du simplexe :</p> $\Delta R - z_i \sin \theta_i (\alpha_1 - \alpha_2) + z_i \cos \theta_i (\beta_1 - \beta_2) + \cos \theta_i (u_1 - u_2) + \sin \theta_i (v_1 - v_2) + T_i = \rho_i - R_{\text{mini}}$ <p>Fonction objectif : $Z = \Delta R$ maximum</p> <p>B - <u>Plus petit cylindre (arbre) tangent ext.</u></p> <p>Si R_{maxi} est le rayon maxi du cylindre idéal nominal ($\xi_i \leq 0$)</p> <p>avec : $\xi_i = \rho_i - R_{\text{maxi}}$</p> <p>Si ΔR est la diminution du rayon maxi ($\Delta R > 0$) on a :</p> $e_i = \xi_i - (-z_i \sin \theta_i \alpha + z_i \cos \theta_i \beta + u \cos \theta_i + v \sin \theta_i - \Delta R)$ <p>avec $e_i \leq 0$</p> <p>Soit sous forme standard du simplexe :</p> $-\Delta R - z_i \sin \theta_i (\alpha_1 - \alpha_2) + z_i \cos \theta_i (\beta_1 - \beta_2) + \cos \theta_i (u_1 - u_2) + \sin \theta_i (v_1 - v_2) - k_i = \rho_i - R_{\text{maxi}}$ <p>Fonction objectif : $Z = \Delta R$ maximum</p>

Nature de la surface géométrique idéale nominale	centrée sur oxyz		ramenée à la position réelle	
	la surface géométrique idéale nominale est définie par :	la surface géométrique idéale associée aux centres des sphères de palpage est définie par :	la surface géométrique idéale associée aux centres des sphères de palpage est définie par :	la surface géométrique idéale associée à la surface fabriquée compte tenu du diamètre de la sphère de palpage
Cercle	<p>Centre</p> $O \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases}$ <p>Rayon : R</p>	<p>Centre</p> $C' \begin{cases} u \\ v \\ w \end{cases}$ <p>Rayon R' = R + r 2 points</p> $P'_1 \begin{cases} u+R' \\ v \\ w-R \beta \end{cases}$ $\theta_1 = 0$ $P'_2 \begin{cases} u \\ v+R' \\ w + R \alpha \end{cases}$ $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$	<p>Centre</p> C <p>Rayon R'</p> <p>2 points</p> <p>P₁</p> <p>P₂</p>	<p>une normale \vec{n}</p> $\vec{n} = \vec{CP}_1 \wedge \vec{CP}_2$ <p>un rayon R''</p> $R'' = R' + \text{signe}_2 \cdot \frac{d}{2} \cdot \vec{n}$ <p>Un centre C''</p> $OC'' = OC + \text{signe}_1 \cdot \frac{d}{2} \cdot \vec{n}$
Sphère	<p>Centre</p> $O \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases}$ <p>Rayon R</p>	<p>Centre</p> $C' \begin{cases} u \\ v \\ w \end{cases}$ <p>Rayon R'</p> <p>R' = R + r</p>	<p>Centre</p> C <p>Rayon R'</p>	<p>Centre</p> C <p>Rayon R''</p> $R'' = R' + \text{signe}_2 \cdot \frac{d}{2}$
Cylindre	<p>2 points de l'axe</p> $O \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases}$ $M \begin{cases} 0 \\ 0 \\ z_{\text{Maxi}} \end{cases}$ <p>Rayon R</p>	<p>2 points de l'axe</p> $C' \begin{cases} u \\ v \\ 0 \end{cases}$ $P' \begin{cases} u+zM \beta \\ v - \alpha zM \\ z_{\text{Maxi}} \end{cases}$ <p>Rayon R'</p> <p>R' = R + r</p>	<p>2 points extrêmes de l'axe</p> C <p>P</p> <p>Rayon R'</p>	<p>2 points extrêmes de l'axe</p> C <p>P</p> <p>Rayon R''</p> $R'' = R' + \text{signe}_3 \cdot \frac{d}{2}$

Cône	2 points de l'axe Le sommet	2 points de l'axe Le sommet	2 points de l'axe Le sommet	2 points de l'axe Le sommet
	$O \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases}$	$S' \begin{cases} u \\ v \\ w \end{cases}$	S^*	$S = S + \text{signe}_3 \cdot \frac{d}{2\sin\Delta'}$
	Le point le plus bas ou celui de plan de jauge	$P' \begin{cases} u+z_b \beta \\ v-z_i \alpha \\ w \end{cases}$	P^*	le point le plus éloigné de S' ou celui du plan de jauge
	$M \begin{cases} 0 \\ 0 \\ z_b \end{cases}$	$-T$ R^{-1}		$P = +\text{signe}_3 \cdot \frac{d}{2\sin\Delta'}$
	<u>Version A :</u>	<u>Version A :</u>	L'angle Δ'	L'angle Δ'
	l'angle Δ provisoire	l'angle Δ' $\Delta' = \Delta + \delta$		
	<u>Version B :</u>	<u>Version B :</u>		
	l'angle imposé Δ	l'angle $\Delta' = \Delta$		

4.8 Etude du sens de la matière :

Le sens de la matière est déterminé en comparant le sens d'accostage du dernier point palpé et la direction de la normale à la surface en ce point.

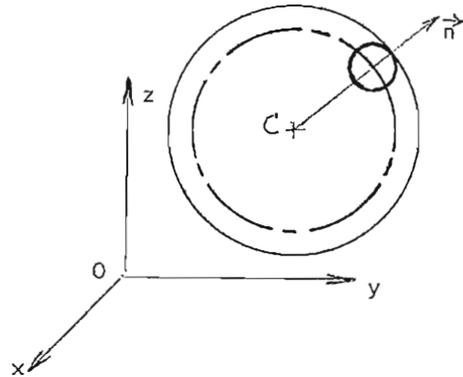
Le sens d'accostage est défini par le sens du déplacement du palpeur sur l'un des trois axes de la machine.

La normale \vec{n} au dernier point palpé M_i est définie de la manière suivante :

a) Cas du plan : \vec{n} est la normale au plan

b) Cas du cercle et de la sphère :

$$\vec{n} = \vec{OJ}_i - \vec{OC}$$

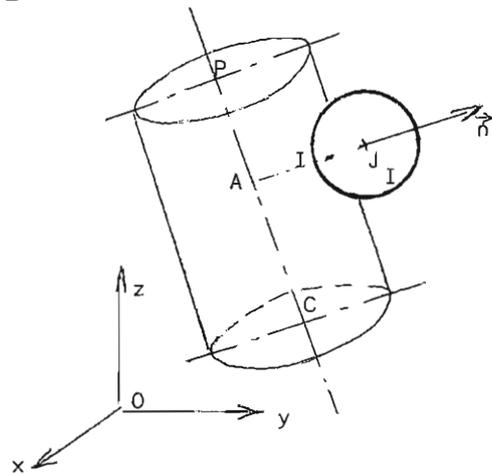


c) Cas du cylindre :

On définit la direction \vec{n}_1
de la droite CP

$$\vec{n}_1 = \frac{\vec{CP}}{|\vec{CP}|}$$

$$\begin{aligned} \vec{CJ}_i \cdot \vec{n}_1 &= \lambda \\ \vec{OA} &= \vec{OC} + \lambda \vec{n}_1 \\ \vec{n} &= \vec{OJ}_i - \vec{OA} \end{aligned}$$

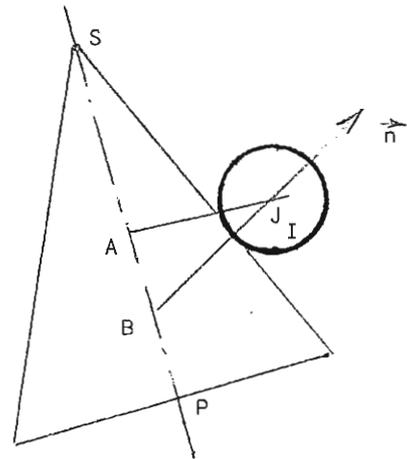


d) Cas du cône :

direction \vec{n}_1 de la droite SP

$$\vec{n}_1 = \frac{\vec{SP}}{|\vec{SP}|}$$

$$\begin{aligned} \vec{SJ}_i \cdot \vec{n}_1 &= \lambda A \\ \vec{OA} &= \vec{OS} + \lambda \vec{A} \cdot \vec{n}_1 \\ \lambda B &= \lambda A + |\vec{j}_i \cdot \vec{A}| \cdot \text{tg} \Delta \\ \vec{OB} &= \vec{OS} + \lambda B \cdot \vec{n}_1 \\ \vec{n} &= \vec{OJ}_i - \vec{OB} \end{aligned}$$



Dans les quatre cas on détermine le signe de la manière suivante :

On compare le signe d'accostage et le signe de la composante de \vec{n} sur le même axe machine

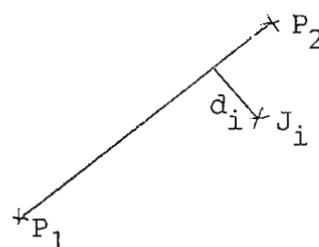
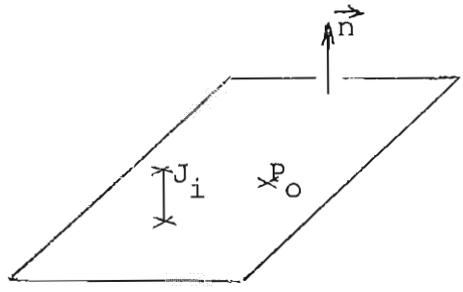
S'ils sont de même signe : signe = 1

S'ils sont de signe contraire : signe = -1.

4.9 Calcul du critère de petits déplacements C*

Mode de calcul utilisé :

- a) - calcul du nouvel écart e_i par l'équation qui a permis de définir le torseur des petits déplacements lorsque la surface est centrée sur le repère oxyz.
- b) - calcul direct de la distance d_i entre le centre J_i de la sphère de palpation et l'élément géométrique associé aux centres des sphères de palpation de la surface.
- c) - calcul de l'ensemble des $(d_i - e_i)$ et détermination du critère $C^* = \sup \{|\xi_i|\}$

<p>Nature et définition de la surface géométrique idéale optimisée aux centres des sphères de palpé</p>	<p>calcul de e_i $x_i y_i z_i$ étant les coordonnées de la surface idéale nominale le repère machine à mesurer. calcul de d_i distance entre J_i et l'élément géométrique associé aux centres des sphères de palpé.</p>
<p><u>Droite</u></p> <p>2 points extrêmes</p> <p>P_1 et P_2</p>	<p>En tout point I on a : $\epsilon_i = d_i - e_i$ avec</p> $e_{i1} = x_i - (z_i \beta + u)$ $e_{i2} = y_i - (-z_i \alpha + v)$ $e_i = \sqrt{e_{i1}^2 + e_{i2}^2}$ $d_i = \frac{\overrightarrow{P_1 P_2} \wedge \overrightarrow{P_1 J_i}}{ \overrightarrow{P_1 P_2} }$ <p>et $C^* = \sup \{ d_i - e_i \}$</p> 
<p><u>Plan</u></p> <p>Une normale \vec{n} au plan</p> <p>Un point P_0</p>	<p>En tout point I on a : $\epsilon_i = d_i - e_i$ avec</p> $e_i = \xi_i - (y_i \alpha - x_i \beta + w)$ $d_i = \overrightarrow{P_0 J_i} \cdot \vec{n}$  <p>et $C^* = \sup \{ \epsilon_i \}$</p>

<p>Nature et définition de la surface géométrique idéale optimisée aux centres des sphères de palpé</p>	<p>calcul de e_i $x_i y_i z_i$ étant les coordonnées de la surface idéale nominale le repère machine à mesurer. calcul de d_i distance entre w_i et l'élément géométrique associé aux centres des sphères de palpé.</p>
<p><u>Cercle</u> Une normale \vec{n} Rayon R' Centre C</p>	<p>En tout point I on a : $\epsilon_i = d_i - e_i$ avec : $e_i = \xi_i - (u \cos \theta_i + v \sin \theta_i + r)$ $d_i = CJ_i - R'$ et $C^* = \sup \{ \epsilon_i \}$</p>
<p><u>Sphère</u> Centre C Rayon R'</p>	<p>En tout point I on a : $\epsilon_i = d_i - e_i$ avec $e_i = \xi_i - (u \cos \beta_i \cos \theta_i + v \cos \beta_i \sin \theta_i + w \sin \beta_i + r)$ avec : $\sin \theta_i = \frac{y_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}}$ $\sin \beta_i = \frac{z_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}}$ $\cos \theta_i = \frac{x_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}}$ $\cos \beta_i = \frac{x_i^2 + y_i^2}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}}$ $d_i = \vec{CJ}_i - R'$ $C^* = \sup \{ \epsilon_i \}$</p>
<p><u>Cylindre</u> 2 points extrêmes de l'axe : C & P Rayon : R'</p>	<p>En tout point I on a : $\epsilon_i = d_i - e_i$ avec $e_i = \xi_i - (-z_i \sin \theta_i \alpha + z_i \cos \theta_i \beta + u \cos \theta_i + v \sin \theta_i + r)$ avec $\cos \theta_i = \frac{x_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}}$ $\sin \theta_i = \frac{y_i}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2}}$ $d_i = \frac{ \vec{CP} \wedge \vec{CJ}_i }{ \vec{CP} } - R'$ $C^* = \sup \{ \epsilon_i \}$</p>
<p><u>Cône</u> 2 points de l'axe : le sommet S^* le point P^* l'angle Δ'</p>	<p>En tout point I on a : $\epsilon_i = d_i - e_i$ avec $e_i = \xi_i - (\alpha l_i + \beta m_i + u a_i + v b_i + w c_i + d_i \delta)$ $\vec{n}_1 = \frac{\vec{S^*P^*}}{ \vec{S^*P^*} }$ $AJ_i = \frac{ \vec{P^*S^*} \wedge \vec{P^*J}_i }{ \vec{P^*S^*} }$ $d_i = [AJ_i - (S^*J_i \cdot \vec{n}_1) \operatorname{tg} \Delta] \cdot \cos \Delta$ $C^* = \sup \{ \epsilon_i \}$</p> 